

数II・B まとめテスト

問題プリント（全62問）

氏名 _____

得点 _____ / 62点

DRILL

まとめテスト（標準）

基本（1～25）

1 式と証明：3次式の展開

$(x - 3)^3$ を展開せよ。

x^2 の係数 x の係数

定数項

2 式と証明：整式の割り算

$x^3 + 3x^2 - 2x + 5$ を $x + 1$ で割ったときの商を $ax^2 + bx + c$ 、余りを R とするとき、 a, b, c, R を求めよ。

$a =$ $b =$ $c =$
 $R =$

3 複素数と方程式：複素数の乗法

$(2 + 3i)(4 - i)$ を計算せよ。

実部 虚部

4 複素数と方程式：判別式と実数解の個数

$3x^2 - 2x + 5 = 0$ について、判別式 D の値と実数解の個数を求めよ。

$D =$ 実数解の個数 個

5 図形と方程式：2点間の距離

2点 $A(2, -1)$ 、 $B(7, 11)$ の間の距離を求めよ。

$AB =$

6 図形と方程式：内分点

2点 $A(2, -3)$ 、 $B(11, 15)$ を結ぶ線分を $2:1$ に内分する点の座標を求めよ。

x 座標 y 座標

7 図形と方程式：円の一般形→標準形

$x^2 + y^2 - 8x + 2y + 8 = 0$ を標準形に直し、中心の座標と半径を求めよ。

中心 x 座標 中心 y 座標
半径

8 三角関数：度→ラジアン

210° をラジアンで表すと $\frac{\square}{\square}\pi$ の形になる。 π を除いた分子・分母をそれぞれ答えよ。

分子 = 分母 =

9 三角関数：単位円上の値（第3象限）

$\theta = 210^\circ$ のとき、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ の値を求めよ。

$\sin \theta =$ $\cos \theta =$

10

三角関数：加法定理・基本

加法定理を用いて $\cos 15^\circ$ の値を求めよ（ $15^\circ = 45^\circ - 30^\circ$ として計算せよ）。

$$\cos 15^\circ = \boxed{}$$

11

指数関数：有理数指数

$27^{\frac{2}{3}}$ の値を求めよ。

$$\text{値} \quad \boxed{}$$

12

対数関数：対数の性質（差）

$\log_3 45 - \log_3 5$ の値を求めよ。

$$\text{値} \quad \boxed{}$$

13

指数関数：指数方程式

$5^{x+2} = 125$ を満たす x の値を求めよ。

$$x = \boxed{}$$

14

微分法：導関数の公式

$f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 5$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

$$x^2 \text{ の係数 } \boxed{} \quad x \text{ の係数 } \boxed{}$$

15

微分法：接線の方程式

$y = x^2 - 6x + 3$ の $x = 4$ における接線の方程式を、傾きと y 切片で答えよ。

$$\text{傾き} \quad \boxed{} \quad y \text{ 切片 } \boxed{}$$

16

微分法：増減表→極値

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$ の極大値と極小値を求めよ。

$$\begin{aligned} &\text{極大値} \quad \boxed{} \quad (x = \boxed{}) \\ &\text{極小値} \quad \boxed{} \quad (x = \boxed{}) \end{aligned}$$

17

積分法：定積分の基本計算

$$\int_0^2 (3x^2 - 4x + 1) dx \text{ の値を求めよ。}$$

$$\text{値} \quad \boxed{}$$

18

数列：等差数列の一般項

初項5、公差3の等差数列 $\{a_n\}$ の第10項 a_{10} を求めよ。

$$a_{10} = \boxed{}$$

19

数列：等比数列の和

初項3、公比2の等比数列 $\{a_n\}$ の初項から第6項までの和 S_6 を求めよ。

$$S_6 = \boxed{}$$

20

数列： Σ の公式

$$\sum_{k=1}^7 k^2 \text{ の値を求めよ。}$$

$$\text{値} \quad \boxed{}$$

21

数列：階差数列

数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} - a_n = 2n + 1$ を満たすとき、 a_5 の値を求めよ。

$$a_5 = \boxed{}$$

22

統計的な推測：確率変数の期待値

確率変数 X が1, 2, 3の値をとり、それぞれの確率が0.2, 0.5, 0.3であるとき、期待値 $E(X)$ を求めよ。

$$E(X) = \boxed{}$$

23

統計的な推測：期待値と分散

確率変数 X が1, 3, 5の値をとり、それぞれの確率が0.3, 0.4, 0.3であるとき、期待値 $E(X)$ と分散 $V(X)$ を求めよ。

$$E(X) = \boxed{} \quad V(X) = \boxed{}$$

24

統計的な推測：二項分布の期待値・分散

確率変数 X が二項分布 $B(50, 0.2)$ に従うとき、期待値 $E(X)$ と分散 $V(X)$ を求めよ。

$$E(X) = \boxed{} \quad V(X) = \boxed{}$$

25

統計的な推測：正規分布の標準化

確率変数 X が正規分布 $N(50, 10^2)$ に従うとき、
 $X = 65$ を標準化した値 $z = \frac{X - 50}{10}$ を求めよ。

$z =$

標準 (26~50)

26

式と証明：相加相乗平均

$a > 0$ のとき、 $a + \frac{16}{a}$ の最小値を求めよ。

最小値 そのとき $a =$

27

式と証明：恒等式の未知係数

等式 $a(x-1)^2 + b(x-1) + c = x^2 + 2$ が x についての恒等式となるように、定数 a, b, c の値を求めよ。

$a =$ $b =$ $c =$

28

複素数と方程式：解と係数の関係

2次方程式 $x^2 - 7x + 11 = 0$ の2つの解を α, β とする。解を求めずに、解と係数の関係を用いて $\alpha^2 + \beta^2$ の値を求めよ。

$\alpha^2 + \beta^2 =$

29

複素数と方程式：剰余の定理 (2次式で割った余り)

整式 $P(x) = x^3 + 2x^2 - x + 4$ を $(x-1)(x+3)$ で割った余りを $ax+b$ とするとき、 a, b の値を求めよ。

$a =$ $b =$

30

複素数と方程式：因数定理・高次方程式 (虚数解を含む)

方程式 $x^3 - 4x^2 + 6x - 4 = 0$ を解け (虚数解はコンマ区切りで入力)。

実数解 $x =$ 虚数解 $x =$

31

図形と方程式：円の接線

円 $x^2 + y^2 = 25$ 上の点 $(3, -4)$ における接線の方程式を、傾きと y 切片で答えよ。

傾き y 切片

32

図形と方程式：軌跡と円

2点 $A(0, 0)$ 、 $B(9, 0)$ から、 $PA : PB = 2 : 1$ となるように動く点 $P(x, y)$ の軌跡を求めよ。
 円の中心の座標と半径を答えよ。

中心 x 座標 中心 y 座標

半径

33

図形と方程式：点と直線の距離・垂直条件

直線 $l : 3x + 4y - 12 = 0$ について、点 $(2, 5)$ から l までの距離と、原点を通り l に垂直な直線の傾きを求めよ。

距離 垂直な直線の傾き

34

三角関数：2倍角の公式

$\sin \theta = \frac{5}{13}$ 、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき、 $\sin 2\theta$ 、 $\cos 2\theta$ の値を求めよ。

$\sin 2\theta =$ $\cos 2\theta =$

35

三角関数：三角関数の合成

$\sin \theta + \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に合成せよ ($0 \leq \alpha < 2\pi$)。

$r =$ $\alpha =$

36

三角関数：三角方程式

$0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、 $2 \sin \theta - 1 = 0$ を解け (答えが2つあるときはコンマ区切りで入力)。

$\theta =$

37

対数関数：対数不等式・真数条件

$\log_3(x+1) + \log_3(x-1) < 2$ を解け。

x の範囲は下端 = 上端 =

38

対数関数：常用対数・桁数

$\log_{10} 3 = 0.4771$ として、 3^{50} は何桁の数か求めよ。

桁数 桁

39

微分法：区間の最大最小（端点比較を含む）

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$ ($-2 \leq x \leq 3$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$)
最小値 ($x =$)

40

積分法：2曲線間の面積

放物線 $y = x^2 - 2x$ と直線 $y = x$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

面積

41

数列：漸化式 ($a_{n+1} = pa_n + q$ 型)

数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 4$ を満たすとき、 a_4 の値を求めよ。

$a_4 =$

42

数列： Σ 公式の組み合わせによる和の計算

$\sum_{k=1}^{10} k(k+1)$ の値を求めよ。

値

43

数列：いろいろな数列（部分分数分解して和をとる）

$\sum_{k=1}^5 \frac{1}{k(k+1)}$ の値を求めよ。

値

44

統計的な推測：二項分布の確率計算

確率変数 X が二項分布 $B\left(4, \frac{1}{3}\right)$ に従うとき、 $P(X = 2)$ を求めよ。

$P(X = 2) =$

45

統計的な推測：正規分布の確率

確率変数 X が正規分布 $N(60, 8^2)$ に従うとき、 $P(60 \leq X \leq 68)$ を求めよ。正規分布表より $P(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413$ とする。

$P(60 \leq X \leq 68) =$

46

統計的な推測：母比率の推定（信頼区間）

ある母集団から大きさ100の標本を無作為抽出したところ、標本比率が0.5であった。母比率 p に対する信頼度95%の信頼区間を求めよ（

$1.96\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ を計算せよ）。

下端 = 上端 =

47

総合：図形と方程式×三角関数（円上の点の座標と合成）

円 $x^2 + y^2 = 9$ 上の点を $P(3 \cos \theta, 3 \sin \theta)$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) とする。 $x + y$ (x, y は点 P の座標) の最大値と、そのときの θ を求めよ。

最大値 そのとき $\theta =$

48

総合：式と証明×複素数と方程式（3次の対称式）

2次方程式 $x^2 - 6x + 13 = 0$ の解を α, β とする。恒等式 $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$ を用いて、 $\alpha^3 + \beta^3$ の値を求めよ。

$\alpha^3 + \beta^3 =$

49

総合：数列×統計的な推測（ Σ 公式を期待値の計算に使う）

1個のさいころを1回投げて出た目を X とする。数列の章の Σ 公式を使って、 $E(X^2)$ の値を求めよ。

$E(X^2) =$

50

総合：指数関数×式と証明（相加相乗平均の応用）

x がすべての実数を動くとき、 $3^x + 3^{2-x}$ の最小値を、相加平均・相乗平均の関係を用いて求めよ。

最小値 そのとき $x =$

発展 (51~60)

51 総合：微分法×複素数と方程式（単調性と虚数解）

3次方程式 $x^3 - 3x^2 + 7x - 5 = 0$ について、 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 7x - 5$ の導関数 $f'(x)$ がつねに正であることを示し、実数解がただ1つであることを説明せよ。そのうえで、実数解と残り2つの解（虚数解）をすべて求めよ（虚数解はコンマ区切りで入力）。

実数解 $x =$ 虚数解 $x =$

52 三角関数：合成による最大値

$f(\theta) = 3 \cos \theta + 4 \sin \theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) を合成して、最大値を求めよ。

最大値

53 総合：式と証明×数列（3次式の展開公式を用いた数学的帰納法）

すべての自然数 n について、等式

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

が成り立つことを数学的帰納法で証明せよ（ $n = k$ から $n = k + 1$ に進む式変形では、式と証明の章で学んだ3次式の展開公式 $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ の考え方を使って、両辺がきちんと一致することを丁寧に示すこと）。

54 総合：統計的な推測×数列（二項分布の分散と Σ の考え方）

確率変数 X が二項分布 $B\left(8, \frac{1}{4}\right)$ に従うとき、分散 $V(X)$ と標準偏差 $\sigma(X)$ を求めよ。

$V(X) =$ $\sigma(X) =$

55 総合：指数関数×数列（複利計算と等比数列）

元金10万円を年利5%（1.05倍）の複利で運用するとき、 n 年後の元利合計は 10×1.05^n （万円）と表せる（等比数列の一般項と同じ形である）。 $\log_{10} 1.05 = 0.0212$ 、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ として、元利合計が初めて20万円を超えるのは何年後か求めよ。

初めて20万円を超えるのは 年後

56 総合：図形と方程式×微分法（接線と点の距離）

3次関数 $y = 2x^3 - x$ の $x = 1$ における接線の方程式を求めよ。また、点 $(0, 9)$ からその接線までの距離を求めよ。

接線の傾き 距離

57 総合：式と証明×図形と方程式（相加相乗平均と面積）

$x > 0, y > 0$ で $3x + 2y = 12$ のとき、相加平均・相乗平均の関係を用いて xy の最大値を求めよ。さらに、直線 $3x + 2y = 12$ と x 軸・ y 軸で囲まれる三角形の面積を求めよ。

xy の最大値 三角形の面積

58 総合：式と証明×統計的な推測（二項定理と確率の総和）

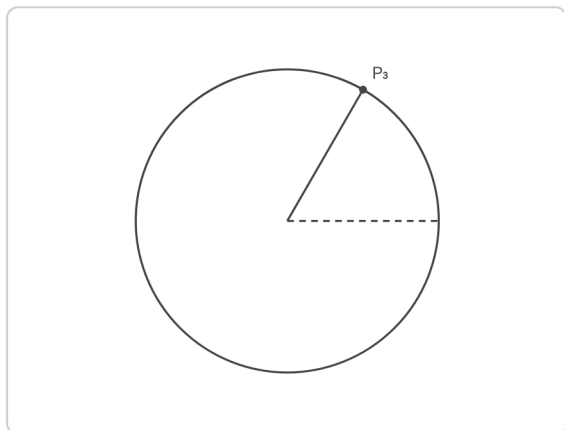
確率変数 X が二項分布 $B(n, p)$ に従うとき、確率の総和 $\sum_{k=0}^n P(X = k) = {}_nC_0 p^0 (1-p)^n + {}_nC_1 p^1 (1-p)^{n-1} + \cdots + {}_nC_n p^n (1-p)^0$ が、つねに1になることを、式と証明の章で学んだ二項定理を用いて説明せよ。

59 総合：三角関数×数列（sinの値の和）

$\sin \frac{\pi}{6} + \sin \frac{2\pi}{6} + \sin \frac{3\pi}{6} + \sin \frac{4\pi}{6} + \sin \frac{5\pi}{6} + \sin \frac{6\pi}{6}$ の値を求めよ。

値

円 $C: x^2 + y^2 = 25$ 上を反時計回りに動く点 P_n について、原点 O と点 P_n を結ぶ動径 OP_n の表す角（ラジアン）を、時刻 n （ $n = 1, 2, 3, \dots$ ）ごとに数列 $\{\theta_n\}$ で表す。 $\{\theta_n\}$ は初項 $\theta_1 = 0$ 、公差 $\frac{\pi}{6}$ の等差数列である。時刻 n での点 P_n の座標は $P_n(5 \cos \theta_n, 5 \sin \theta_n)$ である。(1) θ_5 の値を求めよ。(2) P_3 の座標を求めよ。(3) 直線 OP_3 （ O は原点）の傾きを求めよ。



円 C 上を、動径の表す角が等差数列になるように反時計回りに動く点 P_n 。 P_3 は動径 OP_3 の表す角が $\pi/3$ の位置にある。

(1) $\theta_5 =$ (2) P_3 の x 座標
 y 座標 (3) 傾き

DRILL
記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1 「要点の総整理」で見た通り、最大値・最小値を求める武器は式の見ただ目で選び分ける。次の2つの関数について、(a)相加平均・相乗平均の関係、(b)三角関数の合成のどちらを使うのが適切かをそれぞれ判断し、その理由を説明したうえで、実際に最大値または最小値を求めよ。(a) $x > 0$ のとき、 $f(x) = x + \frac{9}{x}$ の最小値 (b) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、 $g(\theta) = 3\sin\theta + 4\cos\theta$ の最大値

記2 円 $x^2 + y^2 = 16$ 上の点を $P(4\cos\theta, 4\sin\theta)$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) とし、円周上の定点を $Q(4, 0)$ とする。三角形 OPQ (O は原点) の面積を θ の式で表し、面積が最大になる θ の値とそのときの面積を求めよ。さらに、円の半径が一般の r であるときの面積の最大値を、 r を用いた式で表せ。

E X A M

共通テスト形式チャレンジ

大問1 目標時間 14分／配点 20点

太郎さんと花子さんは、遊園地の観覧車の高さの変化について話している。この観覧車は半径10m、中心の高さは地上12m、1周するのにちょうど12分かかる。乗った位置が最も低い時刻を $t = 0$ （分）とすると、時刻 t 分での地上からの高さ $h(t)$ （m）は

$$h(t) = 12 - 10 \cos \frac{\pi}{6}t$$

と表せる。

花子「 $t = 0$ を代入すると、 $\cos 0 = 1$ だから $h(0) = 2$ 。たしかに一番低い位置の高さになるね。」

太郎「じゃあ、他の時刻でも高さを計算してみよう。」



時刻 t （分）と地上からの高さ $h(t)$ （m）の関係。12分でちょうど1周する。

- (1) $t = 3$ のときの高さ $h(3)$ を求めると、 $h(3) = \boxed{\text{アイ}}$ mである。

アイ

- (2) 花子「(1)で求めた $h(3) = 12$ はまだ17mに届いていないね。高さが17mを超えるのはいつからいつまでか調べてみよう。」高さが初めて17mになる時刻は $t = \boxed{\text{ウ}}$ （分）である。

ウ

- (3) 太郎「今度は、高さが17m以上になっている時間帯そのものを求めてみよう。」 $h(t) \geq 17$ となる t の範囲を求めると、高さが17m以上である時間は $\boxed{\text{エ}}$ 分間である。

エ

大問2 目標時間 14分／配点 20点

1辺の長さが12cmの正方形の厚紙がある。この四隅から1辺 x cmの正方形を切り取り、残りを折り曲げてふたのない直方体の容器を作る ($0 < x < 6$)。容器の底面は1辺 $12 - 2x$ cmの正方形、高さは x cmになる。

- (1) 容器の体積を $V(x) = x(12 - 2x)^2$ とする。これを展開して整理すると $V(x) = 4x^3 - 48x^2 + 144x$ となる。 $V'(x)$ を求めて因数分解すると

$$V'(x) = 12(x - \boxed{\text{ア}})(x - \boxed{\text{イ}})$$

となる (ア<イとする)。ア、イの値を求めよ。

ア イ

- (2) $0 < x < 6$ の範囲で $V(x)$ の増減を調べると、体積が最大になるのは $x = \boxed{\text{ウ}}$ のときで、そのときの体積は $V(x) = \boxed{\text{エオカ}} \text{ cm}^3$ である。

ウ エオカ

- (3) 実際に切り取る大きさを、(2)で体積が最大になるとわかった $x = 2$ cmに決めたとき、使用する厚紙の面積 (底面積+4つの側面積の合計。切り取って捨てる4隅の正方形は含まない) を求めよ。使用面積は $\boxed{\text{キクケ}} \text{ cm}^2$ である。

キクケ

大問3 目標時間 14分/配点 20点

太郎さんは、元金100万円を年利10% (1.1倍) の複利で運用する計画を立てている。 n 年後の元利合計を a_n (万円) とすると、 $a_n = 100 \times 1.1^n$ である。

花子「これって、公比1.1の等比数列と同じ形だね。」

太郎「そうだね。まずは最初の数年でどう増えるか計算してみよう。」

- (1) a_1 、 a_2 の値をそれぞれ求めよ。 $a_1 = \boxed{\text{アイウ}}$ 万円、 $a_2 = \boxed{\text{エオカ}}$ 万円である。

アイウ エオカ

- (2) 花子「(1)で求めた $a_1 = 110$ 、 $a_2 = 121$ を見ると、たしかに毎年1.1倍になっているね。」太郎「じゃあこの先も $a_n = 100 \times 1.1^n$ という式でずっと計算できそうだ。元利合計が200万円を超えるのは何年後だろう。」
 $\log_{10} 1.1 = 0.0414$ 、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ として、元利合計が初めて200万円を超えるのは $\boxed{\text{キ}}$ 年後である。

キ

- (3) (2)より8年後に初めて200万円を超えることがわかった。では、その1年前の7年後の元利合計 a_7 はまだ200万円に届いていないことを実際に計算して確かめよう。(1)で求めた $a_1 = 110$ 、 $a_2 = 121$ から公比1.1倍を繰り返して、 a_7 の値を、小数第1位を四捨五入した整数で求めよ。 $a_7 = \boxed{\text{クケコ}}$ 万円である。

クケコ

大問4 目標時間 14分/配点 20点

ある高校で、生徒196人を無作為に選んでアンケートをとったところ、98人が「朝食を毎日食べる」と回答した。

花子「この学校全体では、朝食を毎日食べる生徒の割合はどれくらいだろう。」

太郎「標本から母集団の比率を推定してみよう。」

(1)

標本比率 $\hat{p}$ を、これ以上約分できない分数 $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ の形で求めよ。

ア イ

(2)

母比率 p に対する信頼度95%の信頼区間を、公式 $\hat{p} \pm 1.96\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ を用いて求めよ。0. $\leq p \leq$ 0. の形で答えよ。

ウエ オカ

(3)

花子「(2)で求めた信頼区間の幅は $0.57 - 0.43 = 0.14$ だった。もっと精度を上げて、この幅を0.1以下にしたい。」太郎「標本比率は(1)と同じ $\hat{p} = \frac{1}{2}$ のままだとして、必要な標本の大きさ n を計算してみよう。」信頼区間の幅 $2 \times 1.96\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ が0.1以下になるために必要な n の最小値は $n =$ である。

キクケ

大問5 目標時間 14分/配点 20点

花子さんと太郎さんは、高次方程式と図形を組み合わせた問題に取り組んでいる。3次方程式 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$ について考える。

太郎「まずは因数定理で、代入して0になる値を探そう。」

花子「定数項6の約数を順番に試してみよう。」

(1)

この3次方程式をすべて解くと、 $x =$, , (ア<イ<ウとする。アは符号もつけて入力) である。

ア イ ウ

(2)

(1)で求めた解のうち、最大のものを α 、最小のものを β とする ($\alpha = 3, \beta = -2$)。2点A($\alpha, 0$)、B(0, β)

を通る直線の傾きは $\frac{\text{エ}}{\text{オ}}$ 、 y 切片は (力は符号もつけて入力)。

エ オ 力

(3)

原点Oから、(2)で求めた直線までの距離を求めよ。距離は $\frac{\text{キ}\sqrt{\text{クケ}}}{\text{コサ}}$ である。

キ クケ コサ