

数II・B まとめテスト

問題プリント（全62問）

氏名 _____

得点 _____ / 62点

DRILL

まとめテスト（標準）

基本（1～25）

1

式と証明：3次式の展開

$(x - 3)^3$ を展開せよ。

x^2 の係数

x の係数

定数項

計算スペース

2

式と証明：整式の割り算

$x^3 + 3x^2 - 2x + 5$ を $x + 1$ で割ったときの商を $ax^2 + bx + c$ 、余りを R とするとき、 a, b, c, R を求めよ。

$a =$ $b =$ $c =$ $R =$

計算スペース

3

複素数と方程式：複素数の乗法

$(2 + 3i)(4 - i)$ を計算せよ。

実部 虚部

計算スペース

4

複素数と方程式：判別式と実数解の個数

$3x^2 - 2x + 5 = 0$ について、判別式 D の値と実数解の個数を求めよ。

$D =$ 実数解の個数 個

計算スペース

5

図形と方程式：2点間の距離

2点 $A(2, -1)$ 、 $B(7, 11)$ の間の距離を求めよ。

$AB =$

計算スペース

6

図形と方程式：内分点

2点 $A(2, -3)$ 、 $B(11, 15)$ を結ぶ線分を $2:1$ に内分する点の座標を求めよ。

 x 座標 y 座標

計算スペース

7

図形と方程式：円の一般形→標準形

$x^2 + y^2 - 8x + 2y + 8 = 0$ を標準形に直し、中心の座標と半径を求めよ。

中心 x 座標中心 y 座標

半径

計算スペース

8

三角関数：度→ラジアン

210° をラジアンで表すと $\frac{\square}{\square}\pi$ の形になる。 π を除いた分子・分母をそれぞれ答えよ。

分子 = 分母 =

計算スペース

9

三角関数：単位円上の値（第3象限）

$\theta = 210^\circ$ のとき、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ の値を求めよ。

$\sin \theta =$ $\cos \theta =$

計算スペース

10

三角関数：加法定理・基本

加法定理を用いて $\cos 15^\circ$ の値を求めよ ($15^\circ = 45^\circ - 30^\circ$ として計算せよ)。

 $\cos 15^\circ =$

計算スペース

11

指数関数：有理数指数

$27^{\frac{2}{3}}$ の値を求めよ。

値

計算スペース

12

対数関数：対数の性質（差）

$\log_3 45 - \log_3 5$ の値を求めよ。

値

計算スペース

13

指数関数：指数方程式

$5^{x+2} = 125$ を満たす x の値を求めよ。

 $x =$

計算スペース

14

微分法：導関数の公式

$f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 5$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

 x^2 の係数 x の係数

計算スペース

15

微分法：接線の方程式

$y = x^2 - 6x + 3$ の $x = 4$ における接線の方程式を、傾きと y 切片で答えよ。

傾き

 y 切片

計算スペース

16

微分法：増減表→極値

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$ の極大値と極小値を求めよ。

極大値 ($x =$) 極小値 ($x =$)

計算スペース

17

積分法：定積分の基本計算

$\int_0^2 (3x^2 - 4x + 1) dx$ の値を求めよ。

値

計算スペース

18

数列：等差数列の一般項

初項5、公差3の等差数列 $\{a_n\}$ の第10項 a_{10} を求めよ。

$$a_{10} = \boxed{}$$

計算スペース

19

数列：等比数列の和

初項3、公比2の等比数列 $\{a_n\}$ の初項から第6項までの和 S_6 を求めよ。

$$S_6 = \boxed{}$$

計算スペース

20

数列： Σ の公式

$$\sum_{k=1}^7 k^2 \text{ の値を求めよ。}$$

値

計算スペース

21

数列：階差数列

数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} - a_n = 2n + 1$ を満たすとき、 a_5 の値を求めよ。

 $a_5 =$

計算スペース

22

統計的な推測：確率変数の期待値

確率変数 X が1, 2, 3の値をとり、それぞれの確率が0.2, 0.5, 0.3であるとき、期待値 $E(X)$ を求めよ。

$$E(X) = \boxed{}$$

計算スペース

23

統計的な推測：期待値と分散

確率変数 X が1, 3, 5の値をとり、それぞれの確率が0.3, 0.4, 0.3であるとき、期待値 $E(X)$ と分散 $V(X)$ を求めよ。

$$E(X) = \boxed{} \quad V(X) = \boxed{}$$

計算スペース

24

統計的な推測：二項分布の期待値・分散

確率変数 X が二項分布 $B(50, 0.2)$ に従うとき、期待値 $E(X)$ と分散 $V(X)$ を求めよ。

$$E(X) = \boxed{} \quad V(X) = \boxed{}$$

計算スペース

25

統計的な推測：正規分布の標準化

確率変数 X が正規分布 $N(50, 10^2)$ に従うとき、 $X = 65$ を標準化した値 $z = \frac{X - 50}{10}$ を求めよ。

$$z = \boxed{}$$

計算スペース

標準 (26~50)**26**

式と証明：相加相乗平均

$a > 0$ のとき、 $a + \frac{16}{a}$ の最小値を求めよ。

最小値

そのとき $a =$

計算スペース

27

式と証明：恒等式の未知係数

等式 $a(x-1)^2 + b(x-1) + c = x^2 + 2$ が x についての恒等式となるように、定数 a, b, c の値を求めよ。

 $a =$ $b =$ $c =$

計算スペース

28

複素数と方程式：解と係数の関係

2次方程式 $x^2 - 7x + 11 = 0$ の2つの解を α, β とする。解を求めずに、解と係数の関係を用いて $\alpha^2 + \beta^2$ の値を求めよ。

$$\alpha^2 + \beta^2 = \boxed{}$$

計算スペース

29

複素数と方程式：剰余の定理（2次式で割った余り）

整式 $P(x) = x^3 + 2x^2 - x + 4$ を $(x - 1)(x + 3)$ で割った余りを $ax + b$ とするとき、 a, b の値を求めよ。

$$a = \boxed{} \quad b = \boxed{}$$

計算スペース

30

複素数と方程式：因数定理・高次方程式（虚数解を含む）

方程式 $x^3 - 4x^2 + 6x - 4 = 0$ を解け（虚数解はコンマ区切りで入力）。

実数解 $x =$ 虚数解 $x =$

計算スペース

31

図形と方程式：円の接線

円 $x^2 + y^2 = 25$ 上の点 $(3, -4)$ における接線の方程式を、傾きと y 切片で答えよ。

傾き

 y 切片

計算スペース

32

図形と方程式：軌跡と円

2点 $A(0, 0)$ 、 $B(9, 0)$ から、 $PA : PB = 2 : 1$ となるように動く点 $P(x, y)$ の軌跡を求めよ。円の中心の座標と半径を答えよ。

中心 x 座標中心 y 座標

半径

計算スペース

33

図形と方程式：点と直線の距離・垂直条件

直線 $l : 3x + 4y - 12 = 0$ について、点 $(2, 5)$ から l までの距離と、原点を通り l に垂直な直線の傾きを求めよ。

距離

垂直な直線の傾き

計算スペース

34

三角関数：2倍角の公式

$\sin \theta = \frac{5}{13}$ 、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき、 $\sin 2\theta$ 、 $\cos 2\theta$ の値を求めよ。

$$\sin 2\theta = \boxed{} \quad \cos 2\theta = \boxed{}$$

計算スペース

35

三角関数：三角関数の合成

$\sin \theta + \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に合成せよ ($0 \leq \alpha < 2\pi$)。

$$r = \boxed{} \quad \alpha = \boxed{}$$

計算スペース

36

三角関数：三角方程式

$0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、 $2 \sin \theta - 1 = 0$ を解け（答えが2つあるときはコンマ区切りで入力）。

$\theta =$

計算スペース

37

対数関数：対数不等式・真数条件

$\log_3(x+1) + \log_3(x-1) < 2$ を解け。

x の範囲は下端 = 上端 =

計算スペース

38

対数関数：常用対数・桁数

$\log_{10} 3 = 0.4771$ として、 3^{50} は何桁の数か求めよ。

桁数

桁

計算スペース

39

微分法：区間の最大最小（端点比較を含む）

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$ ($-2 \leq x \leq 3$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値

($x =$

最小値

($x =$

)

計算スペース

積分法：2曲線間の面積

面積

計算スペース

数列：漸化式 ($a_{n+1} = pa_n + q$ 型)

$$a_4 =$$

計算スペース

42

数列： Σ 公式の組み合わせによる和の計算

$$\sum_{k=1}^{10} k(k+1) \text{ の値を求めよ。}$$

値

計算スペース

43

数列：いろいろな数列（部分分数分解して和をとる）

$$\sum_{k=1}^5 \frac{1}{k(k+1)} \text{ の値を求めよ。}$$

値

計算スペース

44

統計的な推測：二項分布の確率計算

確率変数 X が二項分布 $B\left(4, \frac{1}{3}\right)$ に従うとき、 $P(X = 2)$ を求めよ。

$$P(X = 2) = \boxed{}$$

計算スペース

45

統計的な推測：正規分布の確率

確率変数 X が正規分布 $N(60, 8^2)$ に従うとき、 $P(60 \leq X \leq 68)$ を求めよ。正規分布表より $P(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413$ とする。

$$P(60 \leq X \leq 68) = \boxed{}$$

計算スペース

46

統計的な推測：母比率の推定（信頼区間）

ある母集団から大きさ100の標本を無作為抽出したところ、標本比率が0.5であった。母比率 p に対する信頼度95%の信頼区間を求めよ（ $1.96\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ を計算せよ）。

下端＝

上端＝

計算スペース

47

総合：図形と方程式×三角関数（円上の点の座標と合成）

円 $x^2 + y^2 = 9$ 上の点を $P(3 \cos \theta, 3 \sin \theta)$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) とする。 $x + y$ (x, y は点 P の座標) の最大値と、そのときの θ を求めよ。

最大値

そのとき $\theta =$

計算スペース

総合：式と証明×複素数と方程式（3次の対称式）

$$\alpha^3 + \beta^3 = \boxed{}$$

計算スペース

総合：数列×統計的な推測（ Σ 公式を期待値の計算に使う）

$$E(X^2) =$$

計算スペース

50

総合：指数関数×式と証明（相加相乗平均の応用）

x がすべての実数を動くとき、 $3^x + 3^{2-x}$ の最小値を、相加平均・相乗平均の関係を用いて求めよ。

最小値

そのとき $x =$

計算スペース

発展 (51～60)

51

総合：微分法×複素数と方程式（単調性と虚数解）

3次方程式 $x^3 - 3x^2 + 7x - 5 = 0$ について、 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 7x - 5$ の導関数 $f'(x)$ がつねに正であることを示し、実数解がただ1つであることを説明せよ。そのうえで、実数解と残り2つの解（虚数解）をすべて求めよ（虚数解はコンマ区切りで入力）。

実数解 $x =$ 虚数解 $x =$

計算スペース

三角関数：合成による最大値

最大值

計算スペース

総合：式と証明×数列（3次式の展開公式を用いた数学的帰納法）

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$
[illegible]

計算スペース

54

総合：統計的な推測×数列（二項分布の分散とΣの考え方）

確率変数 X が二項分布 $B\left(8, \frac{1}{4}\right)$ に従うとき、分散 $V(X)$ と標準偏差 $\sigma(X)$ を求めよ。

$$V(X) = \boxed{} \quad \sigma(X) = \boxed{}$$

計算スペース

55

総合：指数関数×数列（複利計算と等比数列）

元金10万円を年利5%（1.05倍）の複利で運用するとき、 n 年後の元利合計は 10×1.05^n （万円）と表せる（等比数列の一般項と同じ形である）。

$\log_{10} 1.05 = 0.0212$ 、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ として、元利合計が初めて20万円を超えるのは何年後か求めよ。

初めて20万円を超えるのは $\boxed{}$ 年後

計算スペース

56

総合：図形と方程式×微分法（接線と点の距離）

3次関数 $y = 2x^3 - x$ の $x = 1$ における接線の方程式を求めよ。また、点 $(0, 9)$ からその接線までの距離を求めよ。

接線の傾き

距離

計算スペース

57

総合：式と証明×図形と方程式（相加相乗平均と面積）

$x > 0, y > 0$ で $3x + 2y = 12$ のとき、相加平均・相乗平均の関係を用いて xy の最大値を求めよ。さらに、直線 $3x + 2y = 12$ と x 軸・ y 軸で囲まれる三角形の面積を求めよ。

 xy の最大値

三角形の面積

計算スペース

58

総合：式と証明×統計的な推測（二項定理と確率の総和）

確率変数 X が二項分布 $B(n, p)$ に従うとき、確率の総和 $\sum_{k=0}^n P(X = k) =$
 ${}_nC_0p^0(1-p)^n + {}_nC_1p^1(1-p)^{n-1} + \cdots + {}_nC_np^n(1-p)^0$ が、つねに1になることを、式と証明の章で学んだ二項定理を用いて説明せよ。

計算スペース

59

総合：三角関数×数列（sinの値の和）

$\sin \frac{\pi}{6} + \sin \frac{2\pi}{6} + \sin \frac{3\pi}{6} + \sin \frac{4\pi}{6} + \sin \frac{5\pi}{6} + \sin \frac{6\pi}{6}$ の値を求めよ。

値

計算スペース

A circle with center O . A radius is drawn from O to point P_3 on the circumference. A dashed horizontal line extends from O to the right edge of the circle.

(1) $\theta_5 =$ (2) P_3 の x 座標 y 座標 (3) 傾き

計算スペース

記述チャレンジ

記1 「要点の総整理」で見た通り、最大値・最小値を求める武器は式の見た目で選び分ける。次の2つの関数について、(a)相加平均・相乗平均の関係、(b)三角関数の合成のどちらを使うのが適切かをそれぞれ判断し、その理由を説明したうえで、実際に最大値または最小値を求めよ。(a) $x > 0$ のとき、 $f(x) = x + \frac{9}{x}$ の最小値 (b) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、 $g(\theta) = 3\sin\theta + 4\cos\theta$ の最大値

E X A M

共通テスト形式チャレンジ

大問1 目標時間 14分／配点 20点

太郎さんと花子さんは、遊園地の観覧車の高さの変化について話している。この観覧車は半径10m、中心の高さは地上12m、1周するのにちょうど12分かかる。乗った位置が最も低い時刻を $t = 0$ （分）とすると、時刻 t 分での地上からの高さ $h(t)$ （m）は

$$h(t) = 12 - 10 \cos \frac{\pi}{6} t$$

と表せる。

花子「 $t = 0$ を代入すると、 $\cos 0 = 1$ だから $h(0) = 2$ 。たしかに一番低い位置の高さになるね。」

太郎「じゃあ、他の時刻でも高さを計算してみよう。」



時刻 t （分）と地上からの高さ $h(t)$ （m）の関係。12分でちょうど1周する。

(1) $t = 3$ のときの高さ $h(3)$ を求めると、 $h(3) = \boxed{\text{アイ}}$ mである。

アイ

(2)

花子「(1)で求めた $h(3) = 12$ はまだ17mに届いていないね。高さが17mを超えるのはいつからいつまでか調べてみよう。」高さが初めて17mになる時刻は $t =$ (分) である。

ウ

(3)

太郎「今度は、高さが17m以上になっている時間帯そのものを求めてみよう。」
 $h(t) \geq 17$ となる t の範囲を求めると、高さが17m以上である時間は分間である。

エ

大問2 目標時間 14分/配点 20点

1辺の長さが12cmの正方形の厚紙がある。この四隅から1辺 x cmの正方形を切り取り、残りを折り曲げてふたのない直方体の容器を作る ($0 < x < 6$)。容器の底面は1辺 $12 - 2x$ cmの正方形、高さは x cmになる。

(1)

容器の体積を $V(x) = x(12 - 2x)^2$ とする。これを展開して整理すると
 $V(x) = 4x^3 - 48x^2 + 144x$ となる。 $V'(x)$ を求めて因数分解すると

$$V'(x) = 12(x - \text{ア})(x - \text{イ})$$

となる (ア<イとする)。ア、イの値を求めよ。

ア

イ

(2)

$0 < x < 6$ の範囲で $V(x)$ の増減を調べると、体積が最大になるのは $x =$
のときで、そのときの体積は $V(x) =$ cm^3 である。

ウ

エオカ

- (3) 実際に切り取る大きさを、(2)で体積が最大になるとわかった $x = 2\text{cm}$ に決めたとき、使用する厚紙の面積（底面積+4つの側面積の合計。切り取って捨てる4隅の正方形は含まない）を求めよ。使用面積は cm^2 である。

キクケ

大問3 目標時間 14分/配点 20点

太郎さんは、元金100万円を年利10%（1.1倍）の複利で運用する計画を立てている。 n 年後の元利合計を a_n （万円）とすると、 $a_n = 100 \times 1.1^n$ である。

花子「これって、公比1.1の等比数列と同じ形だね。」

太郎「そうだね。まずは最初の数年でどう増えるか計算してみよう。」

- (1) a_1 、 a_2 の値をそれぞれ求めよ。 $a_1 =$ 万円、 $a_2 =$ 万円である。

アイウ

エオカ

- (2) 花子「(1)で求めた $a_1 = 110$ 、 $a_2 = 121$ を見ると、たしかに毎年1.1倍になっているね。」太郎「じゃあこの先も $a_n = 100 \times 1.1^n$ という式でずっと計算できそうだ。元利合計が200万円を超えるのは何年後だろう。」 $\log_{10} 1.1 = 0.0414$ 、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ として、元利合計が初めて200万円を超えるのは 年後である。

キ

- (3) (2)より8年後に初めて200万円を超えることがわかった。では、その1年前の7年後の元利合計 a_7 はまだ200万円に届いていないことを実際に計算して確かめよう。(1)で求めた $a_1 = 110$ 、 $a_2 = 121$ から公比1.1倍を繰り返して、 a_7 の値を、小数第1位を四捨五入した整数で求めよ。 $a_7 =$ 万円である。

クケコ

ある高校で、生徒196人を無作為に選んでアンケートをとったところ、98人が「朝食を毎日食べる」と回答した。

花子「この学校全体では、朝食を毎日食べる生徒の割合はどれくらいだろう。」

太郎「標本から母集団の比率を推定してみよう。」

(1)

標本比率 $\hat{p}$ を、これ以上約分できない分数 $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ の形で求めよ。

ア イ

(2)

母比率 p に対する信頼度95%の信頼区間を、公式 $\hat{p} \pm 1.96\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ を用いて求めよ。 $0.\text{ウエ} \leq p \leq 0.\text{オカ}$ の形で答えよ。

ウエ オカ

(3)

花子「(2)で求めた信頼区間の幅は $0.57 - 0.43 = 0.14$ だった。もっと精度を上げて、この幅を0.1以下にしたい。」太郎「標本比率は(1)と同じ $\hat{p} = \frac{1}{2}$ のまままだとして、必要な標本の大きさ n を計算してみよう。」信頼区間の幅 $2 \times 1.96\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ が0.1以下になるために必要な n の最小値は $n = \text{キクケ}$ である。

キクケ

花子さんと太郎さんは、高次方程式と図形を組み合わせた問題に取り組んでいる。

3次方程式 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$ について考える。

太郎「まずは因数定理で、代入して0になる値を探そう。」

花子「定数項6の約数を順番に試してみよう。」

- (1) この3次方程式をすべて解くと、 $x = \boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}}, \boxed{\text{ウ}}$ ($\text{ア} < \text{イ} < \text{ウ}$ とする。アは符号もつけて入力) である。

ア イ ウ

- (2) (1)で求めた解のうち、最大のものを α 、最小のものを β とする ($\alpha = 3, \beta = -2$)。2点 $A(\alpha, 0)$ 、 $B(0, \beta)$ を通る直線の傾きは $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ 、 y 切片は $\boxed{\text{カ}}$ である (カは符号もつけて入力)。

エ オ カ

- (3) 原点Oから、(2)で求めた直線までの距離を求めよ。距離は $\frac{\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。

キ クケ コサ