

空間ベクトル

問題プリント（全26問）

氏名 _____

得点 /26点

DRILL

練習問題（全16問）

基本（1～7）

1 成分の計算

2点 $A(2, -1, 3)$ 、 $B(5, 4, -2)$ について、 $\overrightarrow{AB}$ の成分を求めよ。

$$\overrightarrow{AB} = (\quad , \quad , \quad)$$

2 大きさ

$\vec{a} = (3, 4, 12)$ の大きさ $|\vec{a}|$ を求めよ。

$$|\vec{a}| = \quad$$

3 大きさ

$\vec{a} = (1, -2, 2)$ の大きさ $|\vec{a}|$ を求めよ。

$$|\vec{a}| = \quad$$

4 内積の計算

$\vec{a} = (2, 1, -1)$ 、 $\vec{b} = (1, 3, 2)$ のとき、 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \quad$$

5 内積の計算

$\vec{a} = (1, 1, 1)$ 、 $\vec{b} = (1, -1, 1)$ のとき、 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \quad$$

6 2点間の距離（大きさ）

2点 $A(0, 0, 0)$ 、 $B(2, -3, 6)$ の距離 $|\overrightarrow{AB}|$ を求めよ。

$$|\overrightarrow{AB}| = \quad$$

7 点に関する対称点

点 $A(2, -1, 3)$ に関して、点 $P(5, 1, -2)$ と対称な点Qの座標を求めよ。

$$Q(\quad , \quad , \quad)$$

標準（8～14）

8 なす角

$\vec{a} = (1, 1, 0)$ 、 $\vec{b} = (1, 0, 1)$ のなす角 θ を求めよ。

$$\theta = \quad ^\circ$$

9 垂直条件から未知数を求める

$\vec{a} = (2, -1, 3)$ 、 $\vec{b} = (4, 2, t)$ が垂直であるとき、 t の値を求めよ。

$$t = \quad$$

10 内分点

2点 $A(1, 0, -2)$ 、 $B(7, 6, 4)$ について、線分ABを1:2に内分する点Pの座標を求めよ。

$$P(\quad , \quad , \quad)$$

11

中点（内分の特別な場合）

2点 $A(3, -2, 5)$ 、 $B(-1, 4, 1)$ の中点Mの座標を求めよ。

$M(\quad, \quad, \quad)$

12

重心

$A(2, 0, 1)$ 、 $B(0, 4, 3)$ 、 $C(4, 2, -1)$ を頂点とする三角形の重心Gの座標を求めよ。

$G(\quad, \quad, \quad)$

13

球面の中心・半径を読み取る

方程式 $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 16$ が表す球面の中心の座標と半径を求めよ。

中心 ($\quad, \quad, \quad$)
半径 $\quad$

14

差のベクトルの大きさ

$\vec{a} = (3, 1, 2)$ 、 $\vec{b} = (1, 2, -1)$ のとき、 $|\vec{a} - \vec{b}|$ を求めよ。

$|\vec{a} - \vec{b}| = \quad$

挑戦 (15~18)

15

平方完成して球面の中心・半径を求める

方程式 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 5 = 0$ が表す球面の中心の座標と半径を求めよ。

中心 ($\quad, \quad, \quad$)
半径 $\quad$

16

2つのベクトルに垂直なベクトルを求める

$\vec{v} = (x, y, 1)$ が $\vec{a} = (1, 2, -1)$ 、 $\vec{b} = (2, -1, 3)$ の両方に垂直であるとき、 x, y の値を求めよ。

$x = \quad$ $y = \quad$

17

等距離条件

点Pが z 軸上にあり、2点 $A(1, 2, 2)$ 、 $B(3, 0, 4)$ から等距離であるとき、Pの z 座標を求めよ。 $(P(0, 0, t))$ とおく

$t = \quad$

18

点と平面の距離公式

点 $A(1, 2, -1)$ と平面 $2x - y + 2z - 3 = 0$ の距離を求めよ。

点Aと平面の距離は $\quad$

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。四面体・平面上の条件・空間内の最短距離など、入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

四面体の重心

4点 $A(1, 2, 3)$ 、 $B(3, 0, -1)$ 、 $C(-1, 4, 5)$ 、 $D(3, 2, 1)$ を頂点とする四面体ABCDの重心Gの座標を求めよ。（4頂点の位置ベクトルの平均になることは、三角形の重心が3頂点の平均になることと同じ考え方）

$G(\quad, \quad, \quad)$

応2

同一平面上にある条件

3点 $A(1, 1, 1)$ 、 $B(3, 2, 0)$ 、 $C(2, 4, -1)$ の定める平面上に点 $D(2, k, -4)$ があるとき、 k の値を求めよ。 $(\vec{AD} = s\vec{AB} + t\vec{AC})$ を満たす実数 s, t が存在することが、Dが平面ABC上にある条件）

$k = \quad$

応3

直線上の動点と定点の距離の最小

点Pが $P(t) = (1 + 2t, -t, 2t)$ (t は実数) で表される直線上を動くとき、点 $Q(6, 0, 4)$ との距離 $|PQ|$ の最小値と、そのときの t の値を求めよ。 ($|PQ|^2$ を t の2次関数とみて、平方完成で最小値を求める)

最小値 そのとき $t =$

応4

球面上の点と外部の点の距離の最小

点 $Q(1, 2, 11)$ から、球面 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$ 上の点までの距離の最小値を求めよ。

最小値

応5

四面体の頂点から重心までの距離

4点 $O(0, 0, 0)$ 、 $A(4, 0, 0)$ 、 $B(0, 4, 0)$ 、 $C(0, 0, 4)$ を頂点とする四面体OABCの重心をGとする。Gの座標と、 $|OG|$ を求めよ。

G(, ,)

$|OG| =$

応6

四面体の体積 (成分から)

四面体ABCDの体積は、頂点Aから出る3つのベクトル $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ を使うと次の式で求められる。

$$V = \frac{1}{6} |\overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{AD})|$$

ここで $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ 、 $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ の外積は $\vec{u} \times \vec{v} = (u_2v_3 - u_3v_2, u_3v_1 - u_1v_3, u_1v_2 - u_2v_1)$ で計算する。4点 $A(1, 1, 1)$ 、 $B(3, 1, 2)$ 、 $C(1, 4, 2)$ 、 $D(2, 1, 5)$ を頂点とする四面体ABCDの体積 V を求めよ。

$V =$

DRILL

記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

空間における内分点の公式・重心の公式は、平面のときの公式と全く同じ形で表される。なぜ空間に拡張しても公式の形が変わらずに使えるのかを説明せよ。

記2

方程式 $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0$ が表す球面の中心の座標と半径を求めよ。