

位置ベクトルと図形

問題プリント（全27問）

氏名 _____

得点 /27点

DRILL

練習問題（全18問）

基本（1～7）

1 内分点の公式

点A, Bの位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}$ とする。
線分ABを $2:3$ に内分する点Pの位置ベクトルは
 $\vec{p} = \frac{\square \vec{a} + \square \vec{b}}{\square}$ の形で表される。□に入る数を
それぞれ求めよ。

$\vec{a}$ の係数 $\vec{b}$ の係数
分母

2 内分点の公式

線分ABを $3:1$ に内分する点Pの位置ベクトルは
 $\vec{p} = \frac{\square \vec{a} + \square \vec{b}}{\square}$ の形で表される。□に入る数を
それぞれ求めよ。

$\vec{a}$ の係数 $\vec{b}$ の係数
分母

3 内分点の公式（比が偏っている）

線分ABを $1:4$ に内分する点Pの位置ベクトルは
 $\vec{p} = \frac{\square \vec{a} + \square \vec{b}}{\square}$ の形で表される。□に入る数を
それぞれ求めよ。

$\vec{a}$ の係数 $\vec{b}$ の係数
分母

4 外分点の公式

線分ABを $3:1$ に外分する点Qの位置ベクトルは
 $\vec{q} = \frac{\square \vec{a} + \square \vec{b}}{\square}$ の形で表される。□に入る数を
それぞれ求めよ（ $\vec{a}$ の係数は負の数になる）。

$\vec{a}$ の係数 $\vec{b}$ の係数
分母

5 外分点の公式

線分ABを $5:2$ に外分する点Qの位置ベクトルは
 $\vec{q} = \frac{\square \vec{a} + \square \vec{b}}{\square}$ の形で表される。□に入る数を
それぞれ求めよ。

$\vec{a}$ の係数 $\vec{b}$ の係数
分母

6 重心の公式（中線を2:1に内分）

三角形ABCの辺BCの midpoint をMとする。中線AM
上で、点Gを $AG:GM = 2:1$ に内分する点
とすると、 $\vec{g}$ は $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて $\vec{g} =$
 $\frac{\square \vec{a} + \square \vec{b} + \square \vec{c}}{\square}$ の形で表される。□に入る数
をそれぞれ求めよ。

$\vec{a}$ の係数 $\vec{b}$ の係数
 $\vec{c}$ の係数 分母

7

証明：AB=DCから平行四辺形を示す

四角形ABCDにおいて、 $\vec{AB} = \vec{DC}$ が成り立っているとする。このとき四角形ABCDが平行四辺形であることを証明したい。次の空欄を埋めて証明を完成させよ。

ベクトル $\vec{AB}$ とベクトル $\vec{DC}$ が等しいとき、この2つのベクトルは向きが (1) であり、大きさも (2) 。よって辺ABと辺DCは (3) であり、かつ線分の長さについて $AB = DC$ が成り立つ。四角形において1組の対辺が (3) であり、かつ長さが等しいならば、その四角形は (4) である。したがって四角形ABCDは (4) である。

(1) (2) (3)

(4)

標準 (8~13)

8

点 $A(1, 2)$ 、 $B(7, 5)$ がある。線分ABを 1 : 2 に内分する点Pの座標を求めよ。

Pの座標 $x =$ $y =$

9

同じ $A(1, 2)$ 、 $B(7, 5)$ について、線分ABを 2 : 1 に内分する点Qの座標を求めよ。

Qの座標 $x =$ $y =$

10

外分 (比の大小に注意)

同じ $A(1, 2)$ 、 $B(7, 5)$ について、線分ABを 3 : 1 に外分する点Rの座標を求めよ。

Rの座標 $x =$ $y =$

11

外分 (比の大小に注意)

同じ $A(1, 2)$ 、 $B(7, 5)$ について、線分ABを 2 : 5 に外分する点Sの座標を求めよ。

Sの座標 $x =$ $y =$

12

三角形の頂点 $A(1, 2)$ 、 $B(7, 5)$ 、 $C(3, -1)$ の重心Gの座標を求めよ。

Gの座標 $x =$ $y =$

13

共線条件

$A(1, 2)$ 、 $B(7, 5)$ 、 $P(13, 8)$ が一直線上にあるとき、 $\vec{AP} = k\vec{AB}$ となる k の値を求めよ。

$k =$

挑戦 (14~19)

14

交点の位置ベクトル

三角形OABにおいて、辺OAの中点をM、辺OBを 1 : 2 に内分する点をNとする。線分ANと線分BMの交点をPとするとき、 $\vec{OP} = (1 - s)\vec{a} + \frac{1}{3}s\vec{b} = (1 - t)\vec{b} + \frac{1}{2}t\vec{a}$ において s, t の値を求めよ。

$s =$ $t =$

15

交点の位置ベクトル

三角形OABにおいて、辺OAを 1 : 3 に内分する点をM、辺OBの中点をNとする。線分ANと線分BMの交点をPとするとき、 $\vec{OP} = (1 - s)\vec{a} + \frac{1}{2}s\vec{b} = (1 - t)\vec{b} + \frac{1}{4}t\vec{a}$ において s, t の値を求めよ。

$s =$ $t =$

16

共線条件 (係数の和が1)

点Pの位置ベクトルが $\vec{p} = \frac{2}{5}\vec{a} + \frac{3}{5}\vec{b}$ で表されるとき、点Pは直線AB上にある。 $AP : PB$ を求めよ (コンマ区切りでなく、比を「m」「n」に分けて入力)。

$AP : PB =$:

17

共線条件 (外分・係数の和が1)

点Pの位置ベクトルが $\vec{p} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{4}{3}\vec{b}$ で表されるとき、点Pは直線AB上にある。 $AP : PB$ を求めよ。

$AP : PB =$:

18

直線のベクトル方程式

点 $A(2, 1)$ を通り、方向ベクトル $\vec{d} = (1, 3)$ の直線を $\vec{p} = \vec{a} + t\vec{d}$ と媒介変数表示するとき、媒介変数 t を消去して、直線の方程式を $y = mx + k$ の形で求めよ。 m, k の値をそれぞれ求めよ。

$$m = \boxed{} \quad k = \boxed{}$$

19

円のベクトル方程式

中心 $C(1, 2)$ (位置ベクトル $\vec{c}$)、半径 5 の円をベクトル方程式 $|\vec{p} - \vec{c}| = 5$ で表す。この円周上に点 $F(t, 2)$ ($t > 1$) があるとき、 t の値を求めよ。

$$t = \boxed{}$$

DRILL

応用問題 (プリント限定)

ここから先はPDF限定の腕試し。交点の比を求める「チェバ・メネラウス」型や、位置ベクトルが作る図形の範囲まで、入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

セビ안의交点比 (チェバ型)

三角形OABにおいて、辺OAを $1:2$ に内分する点をM、辺OBを $1:2$ に内分する点をNとする。線分ANと線分BMの交点をPとすると、 $AP:PN$ と $BP:PM$ をそれぞれ求めよ。

$$AP:PN = \boxed{} : \boxed{}$$

$$BP:PM = \boxed{} : \boxed{}$$

応2

係数の和と点の範囲 (紹介)

点Pの位置ベクトルが $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b}$ (s, t は実数) と表せるとき、 $s + t = 1$ ならPは直線AB上にあり、さらに $s \geq 0, t \geq 0, s + t \leq 1$ の範囲まで広げるとPは三角形OABの周および内部を動くことが知られている (O は原点)。これを踏まえて、 $s = \frac{3}{10}, t = \frac{7}{10}$ のときの $AP:PB$ を求めよ。

$$AP:PB = \boxed{} : \boxed{}$$

応3

セビ안의交点比 (比が異なる場合)

三角形OABにおいて、辺OAを $2:1$ に内分する点をM、辺OBを $1:3$ に内分する点をNとする。線分ANと線分BMの交点をPとすると、 $AP:PN$ と $BP:PM$ をそれぞれ求めよ。

$$AP:PN = \boxed{} : \boxed{}$$

$$BP:PM = \boxed{} : \boxed{}$$

応4

証明：平行四辺形の対角線

点Oを原点とし、平行四辺形OACBがある ($\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}, \vec{OC} = \vec{a} + \vec{b}$)。対角線OCとABの交点をMとすると、Mが2本の対角線それぞれの中点であることを証明せよ。また、 $\vec{OM} = k(\vec{a} + \vec{b})$ の形で表したときの係数 k を求めよ。

$$\text{係数 } k = \boxed{}$$

応5

メネラウス型 (三角形の頂点を直接使う)

三角形ABCの頂点A, B, Cの位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ とする (原点はどこでもよい)。辺BCを $1:2$ に内分する点をP、辺CAを $1:2$ に内分する点をQとする。線分APと線分BQの交点をSとすると、 $AS:SP$ と $BS:SQ$ をそれぞれ求めよ。

$$AS:SP = \boxed{} : \boxed{}$$

$$BS:SQ = \boxed{} : \boxed{}$$

応6

垂心の位置ベクトル（内積の垂直条件を利用）

三角形ABCの頂点を $A(0, 0)$ 、 $B(4, 0)$ 、 $C(1, 3)$ とする。垂心Hの座標を求めよ。
 $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC}$ と $\overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{CA}$ を利用してよい。

$H(\quad , \quad)$

DRILL

記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

原点Oを基準とし、点A, Bの位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}$, $\vec{b}$ とする。ただしO, A, Bは一直線上にないものとする。点Pが直線AB上にあり $\vec{OP} = s\vec{a} + t\vec{b}$ と表せるとき、なぜ $s + t = 1$ が成り立つのかを、 $\vec{AP} = k\vec{AB}$ の関係から説明せよ。

記2

三角形OABにおいて、辺OAを $1 : 2$ に内分する点をM、辺OBの中点をNとする。線分ANと線分BMの交点をPとすると、 $\vec{OP}$ を $\vec{a} = \vec{OA}$ 、 $\vec{b} = \vec{OB}$ を用いて表せ。
