

内積

問題プリント（全26問）

氏名 _____

得点 _____ / 26点

DRILL

練習問題（全18問）

基本（1～7）

1 成分の内積

$\vec{a} = (2, 3)$ 、 $\vec{b} = (4, -1)$ のとき、 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{}$$

2 成分の内積

$\vec{a} = (-1, 5)$ 、 $\vec{b} = (3, 2)$ のとき、 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{}$$

3 大きさと角度から

$|\vec{a}| = 3$ 、 $|\vec{b}| = 4$ 、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が 60° のとき、 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{}$$

4 大きさと角度から・鈍角

$|\vec{a}| = 2$ 、 $|\vec{b}| = 5$ 、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が 120° のとき、 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{}$$

5 垂直→内積は0

$|\vec{a}| = 4$ 、 $|\vec{b}| = 4$ 、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ が垂直であるとき、 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{}$$

6 成分の内積・負の成分

$\vec{a} = (1, -2)$ 、 $\vec{b} = (-3, 4)$ のとき、 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{}$$

7 大きさと角度から・正反対

$|\vec{a}| = 5$ 、 $|\vec{b}| = 2$ 、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が 180° のとき、 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{}$$

標準（8～14） ※パターンは自分で判定

8 成分からなす角

$\vec{a} = (1, 1)$ 、 $\vec{b} = (1, -1)$ のなす角 θ を求めよ。

$$\theta = \boxed{}^\circ$$

9 $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$ 、 $\vec{b} = (\sqrt{3}, 1)$ のなす角 θ を求めよ。

$$\theta = \boxed{}^\circ$$

10 $\vec{a} = (3, 3)$ 、 $\vec{b} = (0, -4)$ のなす角 θ を求めよ。

$$\theta = \boxed{}^\circ$$

- 11 $\vec{a} = (3, -2)$ 、 $\vec{b} = (4, t)$ が垂直であるとき、 t の値を求めよ。

$t =$

- 12 3つのベクトルを使う垂直条件

$\vec{a} = (1, 2)$ 、 $\vec{b} = (3, -1)$ 、 $\vec{c} = (2, 1)$ について、 $\vec{a} + t\vec{b}$ が $\vec{c}$ と垂直になるように t の値を求めよ。

$t =$

- 13 $|\vec{a} + \vec{b}|$ の展開

$|\vec{a}| = 2$ 、 $|\vec{b}| = 3$ 、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ のとき、 $|\vec{a} + \vec{b}|$ を求めよ。

$|\vec{a} + \vec{b}| =$

- 14 $|\vec{a} - \vec{b}|$ の展開・角度から

$|\vec{a}| = 3$ 、 $|\vec{b}| = 1$ 、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が 60° のとき、 $|\vec{a} - \vec{b}|$ を求めよ。

$|\vec{a} - \vec{b}| =$

挑戦 (15~18)

- 15 複雑な式の展開

$|\vec{a}| = 2$ 、 $|\vec{b}| = 1$ 、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$ のとき、 $(2\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - 3\vec{b})$ の値を求めよ。

値は

- 16 大きさが等しいベクトルの性質

$|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ 、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が 60° であるとき、 $\vec{a} + \vec{b}$ と $\vec{a} - \vec{b}$ のなす角を求めよ。

なす角は °。

- 17 垂直条件と t の決定

$|\vec{a}| = 2$ 、 $|\vec{b}| = 3$ 、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が 60° であるとき、 $\vec{a} + t\vec{b}$ が $\vec{a}$ と垂直になるように t の値を求めよ。

$t =$

- 18 垂直条件からの展開

$|\vec{a}| = \sqrt{5}$ 、 $|\vec{b}| = 1$ 、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ が垂直であるとき、 $|\vec{a} - 2\vec{b}|$ を求めよ。

$|\vec{a} - 2\vec{b}| =$

DRILL

応用問題 (プリント限定)

ここから先はPDF限定の腕試し。内積の使いどころが一気に広がる場面に挑戦しよう。

- 応1 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ の最小値

$|\vec{a}| = 3$ 、 $|\vec{b}| = 2$ 、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ のとき、実数 t を動かすとき $|\vec{a} + t\vec{b}|$ の最小値と、そのときの t の値を求めよ。

最小値 そのとき $t =$

- 応2 内積による三角形の面積公式

三角形OABにおいて、 $\vec{OA} = \vec{a} = (4, 0)$ 、 $\vec{OB} = \vec{b} = (1, 3)$ であるとき、三角形OABの面積 S を求めよ。次の面積公式を利用してよい。

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{|\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2}$$

$S =$

- 応3 $|\vec{a} - \vec{b}|$ の展開＝余弦定理と同じ形

$|\vec{a}| = 5$ 、 $|\vec{b}| = 8$ 、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が 60° のとき、 $|\vec{a} - \vec{b}|$ を求めよ。

$|\vec{a} - \vec{b}| =$

応4

角度によらない垂直条件

$|\vec{a}| = 2$ 、 $|\vec{b}| = 3$ のとき、 $\vec{a} + t\vec{b}$ と $\vec{a} - t\vec{b}$ が垂直になるように、実数 t の値をすべて求めよ。(コンマ区切りで入力)

$t =$

応5

$|a+b|$ から内積となす角を逆算

$|\vec{a}| = 2$ 、 $|\vec{b}| = 3$ 、 $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{7}$ のとき、 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値と、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 θ を求めよ。

$\vec{a} \cdot \vec{b} =$ $\theta =$ °

応6

正射影ベクトル

ベクトル $\vec{b}$ を、 $\vec{a}$ の方向とそれに垂直な方向の2つに分解したとき、 $\vec{a}$ 方向側の成分を $\vec{b}$ の $\vec{a}$ への正射影ベクトルと呼び、次の式で求められる。

$$\vec{p} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|^2} \vec{a}$$

$\vec{a} = (1, 2)$ 、 $\vec{b} = (3, 0)$ のとき、正射影ベクトル $\vec{p}$ を求めよ。まず係数 $k = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|^2}$ を分数で、続いて $\vec{p}$ の成分を求めよ。

係数 $k =$ /

$\vec{p} = ($ $,$ $)$

DRILL 記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

内積の定義 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos \theta$ をもとに、なす角 θ が鋭角・直角・鈍角のとき内積の符号がそれぞれどうなるかを説明せよ。

記2

$|\vec{a}| = 3$ 、 $|\vec{b}| = 4$ 、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が 60° であるとき、 $|\vec{a} - 2\vec{b}|$ を求めよ。
