

ベクトル まとめ

問題プリント（全27問）

氏名 _____

得点 /27点

DRILL

まとめテスト（標準）

基本（1～15）

1 成分の和

$\vec{a} = (4, -3)$ 、 $\vec{b} = (-2, 6)$ のとき、 $\vec{a} + \vec{b}$ を成分で求めよ。

(,)

2 実数倍の複合

$\vec{a} = (1, 4)$ 、 $\vec{b} = (3, -2)$ のとき、 $3\vec{a} - 2\vec{b}$ を成分で求めよ。

(,)

3 大きさ

$\vec{a} = (6, 8)$ の大きさ $|\vec{a}|$ を求めよ。

$|\vec{a}| =$

4 平行条件からk

$\vec{a} = (3, -1)$ 、 $\vec{b} = (-9, 3)$ は平行である。
 $\vec{b} = k\vec{a}$ を満たす実数 k を求めよ。

$k =$

5 分解（s, tを求める）

$\vec{a} = (2, 1)$ 、 $\vec{b} = (1, 3)$ 、 $\vec{c} = (7, 11)$ のとき、 $\vec{c} = s\vec{a} + t\vec{b}$ を満たす s, t の値を求めよ。

$s =$ $t =$

6 内積の成分計算

$\vec{a} = (3, -2)$ 、 $\vec{b} = (4, 5)$ のとき、 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

$\vec{a} \cdot \vec{b} =$

7 大きさと角度から内積

$|\vec{a}| = 6$ 、 $|\vec{b}| = 4$ 、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が 60° のとき、 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

$\vec{a} \cdot \vec{b} =$

8 垂直条件からtを求める

$\vec{a} = (4, -3)$ 、 $\vec{b} = (t, 8)$ が垂直であるとき、 t の値を求めよ。

$t =$

9 $|\vec{a} + \vec{b}|$ の展開公式

$|\vec{a}| = 2$ 、 $|\vec{b}| = 3$ 、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$ のとき、 $|\vec{a} + \vec{b}|$ を求めよ。

$|\vec{a} + \vec{b}| =$

10 内分点

$A(1, 4)$ 、 $B(7, -2)$ について、線分ABを $2:1$ に内分する点Pの座標を求めよ。

$P($,)

11

外分点

$A(1, 2)$ 、 $B(4, 5)$ について、線分ABを2:1に外分する点Qの座標を求めよ。

$Q(\quad, \quad)$

12

重心

$A(2, 5)$ 、 $B(-1, 3)$ 、 $C(8, -2)$ を頂点とする三角形の重心Gの座標を求めよ。

$G(\quad, \quad)$

13

共線条件

$A(1, 1)$ 、 $B(4, 3)$ 、 $P(10, 7)$ について、3点が一直線上にあるかどうかを調べ、あるならば $\overrightarrow{AP} = k\overrightarrow{AB}$ となる k を求めよ。

$k = \quad$

14

空間：成分と大きさ

2点 $A(1, 0, 2)$ 、 $B(4, 4, 14)$ について、 $\overrightarrow{AB}$ の成分と大きさを求めよ。

$\overrightarrow{AB} = (\quad, \quad, \quad)$ $|\overrightarrow{AB}| = \quad$

15

空間：内積と垂直判定

$\vec{a} = (2, -1, 3)$ 、 $\vec{b} = (1, 5, 1)$ は垂直であるかどうか調べよ。

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \quad$

発展 (16~25)

16

空間：重心

$A(3, -2, 1)$ 、 $B(-1, 4, 5)$ 、 $C(4, 1, -3)$ を頂点とする三角形の重心Gの座標を求めよ。

$G(\quad, \quad, \quad)$

17

空間：球面の方程式（平方完成）

方程式 $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z + 5 = 0$ が表す球面の中心と半径を求めよ。

中心 $(\quad, \quad, \quad)$ 半径 $\quad$

18

平行条件から2次方程式（場合分け・2つの解）

$\vec{a} = (x, 3)$ 、 $\vec{b} = (4, x+1)$ が平行であるとき、 x の値をすべて求めよ。（コンマ区切りで入力）

$x = \quad$

19

位置ベクトル+垂直条件の複合（垂線の足）

三角形OABにおいて、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a} = (1, 3)$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b} = (3, 1)$ とする。辺OB上の点Pを $\overrightarrow{OP} = t\vec{b}$ (t は実数) となるようにとり、 $\overrightarrow{AP} \perp \overrightarrow{OB}$ となるように t の値を求めよ。

$t = \quad$

20

分解+内分点の複合

三角形OABにおいて、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。辺OA上に $\overrightarrow{OC} = \frac{2}{3}\vec{a}$ となる点Cを、辺OB上に $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}\vec{b}$ となる点Dをとる。線分CDを1:2に内分する点をPとすると、 $\overrightarrow{OP} = s\vec{a} + t\vec{b}$ と表される。 s, t の値を求めよ。

$s = \quad$ $t = \quad$

21

内積による三角形の面積公式

三角形OABにおいて、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a} = (5, 1)$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b} = (2, 4)$ であるとき、三角形OABの面積 S を求めよ。次の面積公式を利用してよい。

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{|\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2}$$

$S = \quad$

22

平行+大きさの条件 (場合分け・向きが2通り)

$\vec{a} = (3, -4)$ と平行で、大きさが 10 であるベクトル $\vec{b}$ を求めよ。 $\vec{a}$ と同じ向きのとくと、逆向きのときの両方を答えよ。

同じ向き $\vec{b} = (\quad , \quad)$

逆向き $\vec{b} = (\quad , \quad)$

23

共線条件の応用 (未知数を求める)

3点 $A(1, 2)$ 、 $B(4, 8)$ 、 $C(m, 20)$ が一直線上にあるとき、 m の値を求めよ。

$m = \quad$

24

空間：位置ベクトル+垂直条件の複合

空間内の三角形OABにおいて、 $\vec{OA} = \vec{a} = (1, 0, 1)$ 、 $\vec{OB} = \vec{b} = (0, 2, 1)$ とする。辺OB上の点Pを $\vec{OP} = t\vec{b}$ (t は実数) となるようにとり、 $\vec{AP} \perp \vec{OB}$ となるように t の値を求めよ。

$t = \quad$

25

空間：球面+大きさの複合 (章の総仕上げ)

点 $A(1, 2, -1)$ を中心とし、点 $B(4, 6, -1)$ を通る球面がある。この球面の半径 r を求めよ。また、この球面上に点 $C(1, 2, -6)$ があるかどうかを、距離 AC を求めて調べよ。

半径 $r = \quad$ $AC = \quad$

DRILL

記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

この章では、内分点の公式・外分点の公式・共線条件という一見別々の公式が登場する。これらが実はすべて「係数の和が1になる形で点を表す」という同じ考え方から生まれていることを、内分点の公式の導出過程に触れながら説明せよ。

記2

平面ベクトルの成分計算 (大きさ・内積・垂直条件・内分点の公式) は、空間ベクトルでも形をまったく変えずに使える。成分が2つから3つに増えることで、実際には何が変わり、何が変わらないのかを説明せよ。

E X A M
共通テスト形式チャレンジ

大問1 目標時間 8分/配点 20点

太郎さんと花子さんは、公園にある噴水を原点Oとして、東向きを x 軸の正の向き、北向きを y 軸の正の向きとする座標を考えた。太郎さんはOから東に8m、北に6m進んだ地点Aのベンチまで歩いた。花子さんはOから東に t m、北に $(t - 14)$ m進んだ地点Bの時計台まで歩いた (t は正の実数)。次の会話を読んで、あとの問いに答えよ。

太郎「僕の歩いた道と、花子さんの歩いた道、噴水のところでちょうど直角に交わっているように見えるね。」
花子「じゃあ、その条件を使って、私が歩いた距離を求めてみようか。」

- (1) $\overrightarrow{OA} = (8, 6)$ とする。太郎さんの歩いた距離 $|\overrightarrow{OA}|$ を求めると $|\overrightarrow{OA}| = \boxed{\text{アイ}}$ である。また $\overrightarrow{OB} = (t, t - 14)$ として、内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ を t の式で表すと $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \boxed{\text{ウエ}}t - \boxed{\text{オカ}}$ となる。

太郎さんの歩いた距離 アイ = ウエ オカ

- (2) 2人の歩いた道が噴水の位置で直角に交わっている、つまり $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$ であることを用いて、 t の値を求めよ。また、そのときの花子さんの歩いた距離 $|\overrightarrow{OB}|$ を求めよ。

$t = \boxed{\text{キ}}$ 、花子さんの歩いた距離は $\boxed{\text{クケ}}$ mである。

キ クケ

- (3) (2)で求めた t を用いるとき、ベンチAと時計台Bの間の距離 AB を求めると、 $AB = \boxed{\text{コサ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ mである。

コサ シ

大問2 目標時間 8分/配点 20点

三角形OABにおいて、辺OA上に $\overrightarrow{OC} : \overrightarrow{CA} = 1 : 2$ となる点Cをとり、辺OBの中点をDとする。線分ADと線分BCの交点をPとする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ として、あとの問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{OC}$ 、 $\overrightarrow{OD}$ を $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ を用いて表すと、 $\overrightarrow{OC} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OD} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \vec{b}$ である。

ア イ ウ エ

(2) Pは線分AD上の点なので、実数 s を用いて $\overrightarrow{OP} = (1 - s)\vec{a} + s\overrightarrow{OD}$ と表せる。また、Pは線分BC上の点なので、実数 t を用いて $\overrightarrow{OP} = (1 - t)\vec{b} + t\overrightarrow{OC}$ と表せる。 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ の係数をそれぞれ比較して、 s 、 t の値を求めよ。

$$s = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}, t = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

カ キ ク ケ

(3) (2)の結果を用いて、 $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ を用いて表すと、 $\overrightarrow{OP} = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \vec{b}$ である。

コ サ シ ス