

# ベクトル まとめ

問題プリント（全27問）

氏名 \_\_\_\_\_

得点 \_\_\_\_\_ / 27点

DRILL

## まとめテスト（標準）

### 基本（1～15）

1

成分の和

$\vec{a} = (4, -3)$ 、 $\vec{b} = (-2, 6)$  のとき、 $\vec{a} + \vec{b}$  を成分で求めよ。

(  ,  )

計算スペース

2

実数倍の複合

$\vec{a} = (1, 4)$ 、 $\vec{b} = (3, -2)$  のとき、 $3\vec{a} - 2\vec{b}$  を成分で求めよ。

(  ,  )

計算スペース

3

大きさ

$\vec{a} = (6, 8)$  の大きさ  $|\vec{a}|$  を求めよ。

$|\vec{a}| =$

計算スペース

4

平行条件からk

$\vec{a} = (3, -1)$ 、 $\vec{b} = (-9, 3)$  は平行である。 $\vec{b} = k\vec{a}$  を満たす実数  $k$  を求めよ。

 $k =$ 

計算スペース

5

分解 (s, tを求める)

$\vec{a} = (2, 1)$ 、 $\vec{b} = (1, 3)$ 、 $\vec{c} = (7, 11)$  のとき、 $\vec{c} = s\vec{a} + t\vec{b}$  を満たす  $s, t$  の値を求めよ。

 $s =$  $t =$ 

計算スペース

6

内積の成分計算

$\vec{a} = (3, -2)$ 、 $\vec{b} = (4, 5)$  のとき、 $\vec{a} \cdot \vec{b}$  を求めよ。

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\phantom{000}}$$

計算スペース

7

大きさと角度から内積

$|\vec{a}| = 6$ 、 $|\vec{b}| = 4$ 、 $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  のなす角が  $60^\circ$  のとき、 $\vec{a} \cdot \vec{b}$  を求めよ。

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\phantom{000}}$$

計算スペース

8

垂直条件からtを求める

$\vec{a} = (4, -3)$ 、 $\vec{b} = (t, 8)$  が垂直であるとき、 $t$  の値を求めよ。

$t =$

計算スペース

9

 $|\mathbf{a}+\mathbf{b}|$ の展開公式

$|\vec{a}| = 2$ 、 $|\vec{b}| = 3$ 、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$  のとき、 $|\vec{a} + \vec{b}|$  を求めよ。

$|\vec{a} + \vec{b}| =$

計算スペース

10

内分点

$A(1, 4)$ 、 $B(7, -2)$  について、線分ABを  $2:1$  に内分する点Pの座標を求めよ。

$P(\quad, \quad)$

計算スペース

11

外分点

$A(1, 2)$ 、 $B(4, 5)$  について、線分ABを  $2:1$  に外分する点Qの座標を求めよ。

$Q(\quad, \quad)$

計算スペース

12

重心

$A(2, 5)$ 、 $B(-1, 3)$ 、 $C(8, -2)$  を頂点とする三角形の重心 $G$ の座標を求めよ。

$G($   ,   $)$

計算スペース

13

共線条件

$A(1, 1)$ 、 $B(4, 3)$ 、 $P(10, 7)$  について、3点が一直線上にあるかどうかを調べ、あるならば  $\overrightarrow{AP} = k\overrightarrow{AB}$  となる  $k$  を求めよ。

$k =$

計算スペース

14

空間：成分と大きさ

2点  $A(1, 0, 2)$ 、 $B(4, 4, 14)$  について、 $\overrightarrow{AB}$  の成分と大きさを求めよ。

$$\overrightarrow{AB} = ( \quad , \quad , \quad ) \quad |\overrightarrow{AB}| = \quad$$

計算スペース

15

空間：内積と垂直判定

$\vec{a} = (2, -1, 3)$ 、 $\vec{b} = (1, 5, 1)$  は垂直であるかどうか調べよ。

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \quad$$

計算スペース

## 発展 (16~25)

16

空間：重心

$A(3, -2, 1)$ 、 $B(-1, 4, 5)$ 、 $C(4, 1, -3)$  を頂点とする三角形の重心 $G$ の座標を求めよ。

$G$ (  ,  ,  )

計算スペース

17

空間：球面の方程式（平方完成）

方程式  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z + 5 = 0$  が表す球面の中心と半径を求めよ。

中心 (  ,  ,  ) 半径

計算スペース

18

平行条件から2次方程式（場合分け・2つの解）

$\vec{a} = (x, 3)$ 、 $\vec{b} = (4, x + 1)$  が平行であるとき、 $x$  の値をすべて求めよ。（コンマ区切りで入力）

 $x =$ 


計算スペース

19

位置ベクトル+垂直条件の複合（垂線の足）

三角形OABにおいて、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a} = (1, 3)$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b} = (3, 1)$  とする。辺OB上の点Pを  $\overrightarrow{OP} = t\vec{b}$  ( $t$ は実数) となるようにとり、 $\overrightarrow{AP} \perp \overrightarrow{OB}$  となるように  $t$  の値を求めよ。

 $t =$ 


計算スペース

20

分解+内分点の複合

三角形OABにおいて、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$  とする。辺OA上に  $\overrightarrow{OC} = \frac{2}{3}\vec{a}$  となる点Cを、辺OB上に  $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}\vec{b}$  となる点Dをとる。線分CDを  $1:2$  に内分する点をPとすると、 $\overrightarrow{OP} = s\vec{a} + t\vec{b}$  と表される。 $s, t$  の値を求めよ。

$$s = \boxed{\phantom{000}} \quad t = \boxed{\phantom{000}}$$

計算スペース

21

内積による三角形の面積公式

三角形OABにおいて、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a} = (5, 1)$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b} = (2, 4)$  であるとき、三角形OABの面積  $S$  を求めよ。次の面積公式を利用してよい。

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{|\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2}$$

$$S = \boxed{\phantom{000}}$$

計算スペース

22

平行+大きさの条件（場合分け・向きが2通り）

$\vec{a} = (3, -4)$  と平行で、大きさが 10 であるベクトル  $\vec{b}$  を求めよ。 $\vec{a}$  と同じ向きのときと、逆向きのときの両方を答えよ。

同じ向き  $\vec{b} = ( \quad , \quad )$     逆向き  $\vec{b} = ( \quad , \quad )$

計算スペース

23

共線条件の応用（未知数を求める）

3点  $A(1, 2)$ 、 $B(4, 8)$ 、 $C(m, 20)$  が一直線上にあるとき、 $m$  の値を求めよ。

$m = \quad$

計算スペース

24

空間：位置ベクトル+垂直条件の複合

空間内の三角形OABにおいて、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a} = (1, 0, 1)$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b} = (0, 2, 1)$  とする。辺OB上の点Pを  $\overrightarrow{OP} = t\vec{b}$  ( $t$ は実数) となるようにとり、 $\overrightarrow{AP} \perp \overrightarrow{OB}$  となるように  $t$  の値を求めよ。

 $t =$ 


計算スペース

25

空間：球面+大きさの複合（章の総仕上げ）

点  $A(1, 2, -1)$  を中心とし、点  $B(4, 6, -1)$  を通る球面がある。この球面の半径  $r$  を求めよ。また、この球面上に点  $C(1, 2, -6)$  があるかどうかを、距離  $AC$  を求めて調べよ。

半径  $r =$ 

 $AC =$ 


計算スペース

## 記述チャレンジ

**記1** この章では、内分点の公式・外分点の公式・共線条件という一見別々の公式が登場する。これらが実はすべて「係数の和が1になる形で点を表す」という同じ考え方から生まれていることを、内分点の公式の導出過程に触れながら説明せよ。

EXAM

共通テスト形式チャレンジ

大問1 目標時間 8分/配点 20点

太郎さんと花子さんは、公園にある噴水を原点Oとして、東向きを $x$ 軸の正の向き、北向きを $y$ 軸の正の向きとする座標を考えた。太郎さんはOから東に8m、北に6m進んだ地点Aのベンチまで歩いた。花子さんはOから東に $t$ m、北に $(t - 14)$ m進んだ地点Bの時計台まで歩いた ( $t$ は正の実数)。次の会話を読んで、あとの問いに答えよ。

太郎「僕の歩いた道と、花子さんの歩いた道、噴水のところでちょうど直角に交わっているように見えるね。」

花子「じゃあ、その条件を使って、私が歩いた距離を求めてみようか。」

- (1)  $\overrightarrow{OA} = (8, 6)$  とする。太郎さんの歩いた距離  $|\overrightarrow{OA}|$  を求めると  $|\overrightarrow{OA}| =$  アイ である。また  $\overrightarrow{OB} = (t, t - 14)$  として、内積  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$  を  $t$  の式で表すと  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} =$  ウエ  $t -$  オカ となる。

太郎さんの歩いた距離 アイ =  ウエ  オカ

- (2) 2人の歩いた道が噴水の位置で直角に交わっている、つまり  $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$  であることを用いて、 $t$  の値を求めよ。また、そのときの花子さんの歩いた距離  $|\overrightarrow{OB}|$  を求めよ。

$t =$  キ、花子さんの歩いた距離は クケ m である。

キ  クケ

(3)

(2)で求めた  $t$  を用いるとき、ベンチAと時計台Bの間の距離  $AB$  を求めると、

$$AB = \boxed{\text{コサ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}} \text{ mである。}$$

コサ

シ

大問2 目標時間 8分/配点 20点

三角形OABにおいて、辺OA上に  $\overrightarrow{OC} : \overrightarrow{CA} = 1 : 2$  となる点Cをとり、辺OBの中点をDとする。線分ADと線分BCの交点をPとする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$  として、あとの問いに答えよ。

(1)

$\overrightarrow{OC}$ 、 $\overrightarrow{OD}$  を  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  を用いて表すと、 $\overrightarrow{OC} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OD} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \vec{b}$  である。

ア

イ

ウ

エ

(2)

Pは線分AD上の点なので、実数  $s$  を用いて  $\overrightarrow{OP} = (1-s)\vec{a} + s\overrightarrow{OD}$  と表せる。また、Pは線分BC上の点なので、実数  $t$  を用いて  $\overrightarrow{OP} = (1-t)\vec{b} + t\overrightarrow{OC}$  と表せる。 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  の係数をそれぞれ比較して、 $s$ 、 $t$  の値を求めよ。

$$s = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

$$t = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

カ

キ

ク

ケ

(3)

(2)の結果を用いて、 $\overrightarrow{OP}$  を  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  を用いて表すと、 $\overrightarrow{OP} = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \vec{b}$  である。

コ

サ

シ

ス