

ド・モアブルの定理

問題プリント（全21問）

氏名 _____

得点 _____ / 21点

DRILL

練習問題（全16問）

基本（1～6）

1

n=2の計算

$\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)^2$ の値を求めよ。

実部

虚部

計算スペース

2

n=2の計算

$\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)^2$ の値を求めよ。

実部

虚部

計算スペース

3

n=4の計算

$\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)^4$ の値を求めよ。

実部

虚部

計算スペース

4

n=4の計算

$\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)^4$ の値を求めよ。

実部

虚部

計算スペース

5

n=3の計算

$\left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}\right)^3$ の値を求めよ。

実部

虚部

計算スペース

6

n=6の計算（1周する）

$\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)^6$ の値を求めよ。

実部

虚部

計算スペース

標準（7～12） ※まずは $a+bi$ を極形式に直してから計算しよう

7 $(1+i)^2$ を計算せよ。

実部

虚部

計算スペース

8 $(1 - i)^4$ を計算せよ。

実部

虚部

計算スペース

9 $(-1 + i)^6$ を計算せよ。

実部

虚部

計算スペース

10 $(\sqrt{3} + i)^6$ を計算せよ。

実部

虚部

計算スペース

11 $(\sqrt{3} - i)^3$ を計算せよ。

実部

虚部

計算スペース

12 絶対値・偏角がともに整数比にならない例

$(2 + 2i)^3$ を計算せよ。

実部

虚部

計算スペース

挑戦 (13~16)

13

n乗根の偏角

方程式 $z^5 = 1$ の解のうち、偏角が正で最小のものの偏角 θ ($0 \leq \theta < 2\pi$) を求めよ。 (π) を用いて分数の形で入力)

$\theta =$

計算スペース

14

解の個数・実数解の個数

方程式 $z^6 = 1$ の解は全部で何個あるか。また、そのうち実数である解は何個あるか。

解の個数

実数解の個数

計算スペース

15

 $z^n = \alpha$ の偏角

方程式 $z^4 = -1$ の解のうち、偏角が正で最小のものの偏角 θ ($0 \leq \theta < 2\pi$) を求めよ。 (π) を用いて分数の形で入力)

 $\theta =$

計算スペース

16

 $z^n = \alpha$ の偏角 (虚数の α)

方程式 $z^3 = 8i$ の解のうち、偏角が最大となるものの偏角 θ ($0 \leq \theta < 2\pi$) を求めよ。 (π) を用いて分数の形で入力)

 $\theta =$

計算スペース

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。ド・モアブルの定理の応用に挑戦しよう。

応1

$z+1/z$ の形と n 乗の和

絶対値1の複素数 z が $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \frac{\pi}{5}$ を満たすとき、 $z^5 + \frac{1}{z^5}$ の値を求めよ。

値

計算スペース

応2

1の n 乗根の和

1の5乗根を偏角の小さい順に $z_0 = 1, z_1, z_2, z_3, z_4$ とする。 $z_0 + z_1 + z_2 + z_3 + z_4$ の値を求めよ。

値

計算スペース

応3

1のn乗根の和と積

1の6乗根をすべてかけ合わせた積、およびすべて足し合わせた和を求めよ。

和

積

計算スペース

応4

1のn乗根と図形の面積

1の6乗根を頂点とする正六角形（半径1の円に内接）の面積を求めよ。

面積

計算スペース

応5

$z^n = \alpha$ (α が虚数) の解法・総合

方程式 $z^4 = -8 + 8\sqrt{3}i$ の解のうち、偏角が正で最小のものを極形式 $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ の形で求めよ。 r と θ をそれぞれ答えよ。

$r =$ $\theta =$

計算スペース