

複素数平面

問題プリント（全31問）

氏名 _____

得点 /31点

DRILL

練習問題（全20問）

基本（1～8）

1

絶対値

$z = 3 + 4i$ のとき、 $|z|$ を求めよ。

$|z| =$

2

絶対値

$z = -5 + 12i$ のとき、 $|z|$ を求めよ。

$|z| =$

3

絶対値（根号）

$z = 1 - i$ のとき、 $|z|$ を求めよ。

$|z| =$

4

偏角（第1象限）

$z = 1 + i$ の偏角 θ ($0^\circ \leq \theta < 360^\circ$) を求めよ。

$\theta =$

5

偏角（第2象限）

$z = -1 + \sqrt{3}i$ の偏角 θ ($0^\circ \leq \theta < 360^\circ$) を求めよ。

$\theta =$

6

偏角（軸上の点）

$z = -i$ の偏角 θ ($0^\circ \leq \theta < 360^\circ$) を求めよ。

$\theta =$

7

2点間の距離

$z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 5 - i$ のとき、2点間の距離 $|z_1 - z_2|$ を求めよ。

距離 =

8

絶対値

$z = -6 + 8i$ のとき、 $|z|$ を求めよ。

$|z| =$

標準（9～15）

9

$z = \sqrt{3} + i$ を極形式 $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ で表すとき、 r と θ ($0^\circ \leq \theta < 360^\circ$) を求めよ。

$r =$ $\theta =$

10

$z = -2 + 2i$ を極形式で表すとき、 r と θ ($0^\circ \leq \theta < 360^\circ$) を求めよ。

$r =$ $\theta =$

- 11 $z = -3 - 3\sqrt{3}i$ を極形式で表すとき、 r と θ ($0^\circ \leq \theta < 360^\circ$) を求めよ。

$$r = \boxed{} \quad \theta = \boxed{}$$

- 12 $z = 4(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$ を直交形式 $z = a + bi$ で表すとき、 a と b を求めよ。

$$a = \boxed{} \quad b = \boxed{}$$

- 13 $z = 6\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)$ を直交形式 $z = a + bi$ で表すとき、 a と b を求めよ。

$$a = \boxed{} \quad b = \boxed{}$$

- 14 $z = 4\left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3}\right)$ を直交形式 $z = a + bi$ で表すとき、 a と b を求めよ。

$$a = \boxed{} \quad b = \boxed{}$$

- 15 実数・純虚数条件(共役利用)

k を実数の定数とする。 $z = (k + 2i)^2$ が純虚数となるような k の値をすべて求めよ。

$$k = \boxed{}$$

挑戦 (16~23)

- 16 積の絶対値・偏角

$z_1 = 2(\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)$, $z_2 = 5(\cos 80^\circ + i \sin 80^\circ)$ のとき、 $|z_1 z_2|$ と $\arg(z_1 z_2)$ ($0^\circ \leq \theta < 360^\circ$) を求めよ。

$$|z_1 z_2| = \boxed{} \quad \arg(z_1 z_2) = \boxed{}$$

- 17 商の絶対値・偏角

$z_1 = 6(\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ)$, $z_2 = 3(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$ のとき、 $\left|\frac{z_1}{z_2}\right|$ と $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right)$ ($0^\circ \leq \theta < 360^\circ$) を求めよ。

$$\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \boxed{} \quad \arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \boxed{}$$

- 18 直交形式から積の絶対値・偏角

$z_1 = 1 + i$, $z_2 = \sqrt{3} + i$ のとき、 $|z_1 z_2|$ と $\arg(z_1 z_2)$ ($0^\circ \leq \theta < 360^\circ$) を求めよ。(それぞれの絶対値・偏角を先に求めてから計算するとよい)

$$|z_1 z_2| = \boxed{} \quad \arg(z_1 z_2) = \boxed{}$$

- 19 同じ複素数どうしの積 (2乗)

$z = 4\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right)$ のとき、 $|z^2|$ と $\arg(z^2)$ ($0^\circ \leq \theta < 360^\circ$) を求めよ。

$$|z^2| = \boxed{} \quad \arg(z^2) = \boxed{}$$

- 20 内分点の公式

$z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 9 + 10i$ のとき、線分 $z_1 z_2$ を $3:1$ に内分する点 w を求めよ。

$$\text{実部} = \boxed{} \quad \text{虚部} = \boxed{}$$

- 21 z/w が実数・純虚数になる条件

$z = 3 + ti$ (t は実数の定数)、 $w = 1 - i$ のとき、 $\frac{z}{w}$ が(1)実数、(2)純虚数となるような t の値をそれぞれ求めよ。

$$(1) t = \boxed{} \quad (2) t = \boxed{}$$

- 22 3点が一直線上にある条件

異なる3点 $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 3 + 2i$, $z_3 = k + 4i$ (k は実数の定数) が一直線上にあるような k の値を求めよ。

$$k = \boxed{}$$

23

方程式の表す図形の判定(円・直線)

次の2つの方程式は、それぞれ点 z がどのような図形を描くことを表すか。円のときは中心と半径を、直線のときはその式を答えよ。

(1) $|z - 3| = 2$

図形の種類: 中心: 半径:

(2) $|z| = |z - 4i|$

図形の種類: 式:

D R I L L

応用問題 (プリント限定)

ここから先はPDF限定の腕試し。回転移動や軌跡の図形的意味など、入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

回転移動

複素数 $z = 4$ が表す点を、原点を中心に 60° 回転すると、複素数 $z(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$ が表す点に移る。回転後の点の座標を求めよ。

実部 = 虚部 =

応2

図形的意味 (垂直二等分線)

$|z - 1| = |z - i|$ を満たす点 z の全体は、どのような図形か。方程式 ($y =$ の形) で答えよ。

図形の式:

応3

図形的意味 (円)

$|z - 2| = 3$ を満たす点 z の全体は円になる。この円の中心の座標と半径を求めよ。

中心 = (,) 半径 =

応4

共役複素数の性質

$z = 3 - 4i$ のとき、 $z + \bar{z}$ と $z\bar{z}$ の値をそれぞれ求めよ。

 $z + \bar{z} =$ $z\bar{z} =$

応5

回転と距離の不変性

複素数 $z_1 = 2 + 2i$ が表す点を、原点を中心に -90° (時計回りに 90°) 回転させた点の座標を求めよ。また、回転後の点と原点との距離を求めよ。

実部 = 虚部 = 距離 =

応6

3点が正三角形をなす条件 (回転)

複素数平面上の3点 $A(1)$, $B(5)$, $C(z)$ が正三角形をなすとき、 z の値を求めよ (2つある。虚部が正の方を先に、負の方を後に答えよ)。

 z_1 の実部 = 虚部 = z_2 の実部 = 虚部 =

D R I L L

記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1 極形式で表した複素数の積について、絶対値は $r_1 r_2$ (積)、偏角は $\theta_1 + \theta_2$ (和) になる。この「積の図形的な意味」に触れながら、なぜ絶対値どうしは掛け算、偏角どうしは足し算になるのかを説明せよ。

記2 $z_1 = 2(\cos 80^\circ + i \sin 80^\circ)$, $z_2 = 4(\cos(-20^\circ) + i \sin(-20^\circ))$ のとき、 $z_1 z_2$ と $\frac{z_1}{z_2}$ をそれぞれ極形式で求めよ。絶対値・偏角の計算過程を明記して記述せよ。
