

媒介変数表示・極座標

問題プリント（全26問）

氏名 _____

得点 /26点

DRILL

練習問題（全18問）

基本（1～7）

1 媒介変数への代入

$x = 2t + 1, y = 3t - 2$ について、 $t = 3$ のときの (x, y) を求めよ。

$x = \underline{\hspace{2cm}}$ $y = \underline{\hspace{2cm}}$

2 円の媒介変数表示

$x = \cos \theta, y = \sin \theta$ について、 $\theta = \frac{\pi}{3}$ のときの (x, y) を求めよ。

$x = \underline{\hspace{2cm}}$ $y = \underline{\hspace{2cm}}$

3 消去して1次式へ（係数を答える）

$x = t, y = 2t + 3$ から t を消去すると、 $y = ax + b$ の形になる。 a, b を求めよ。

$a = \underline{\hspace{2cm}}$ $b = \underline{\hspace{2cm}}$

4 媒介変数への代入

$x = t^2, y = t + 1$ について、 $t = 1$ のときの (x, y) を求めよ。

$x = \underline{\hspace{2cm}}$ $y = \underline{\hspace{2cm}}$

5 極座標→直交座標

極座標 $(r, \theta) = \left(4, \frac{\pi}{2}\right)$ を直交座標に変換せよ。

$x = \underline{\hspace{2cm}}$ $y = \underline{\hspace{2cm}}$

6 直交座標→極座標

直交座標 $(x, y) = (3, 3)$ を極座標 (r, θ) ($0 \leq \theta < 2\pi$) に変換せよ。

$r = \underline{\hspace{2cm}}$ $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$

7 直交座標の方程式→極方程式

次の直交座標における方程式を、 $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta, r^2 = x^2 + y^2$ を用いて極方程式に直せ。

(1) $x^2 + y^2 = 9$

$r = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $x = 3$

極方程式： $\underline{\hspace{2cm}}$

標準（8～13）

8 消去して楕円の式へ（分母を答える）

$x = 3 \cos \theta, y = 2 \sin \theta$ から θ を消去すると $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$ の形になる。 a, b を求めよ。

$a = \underline{\hspace{2cm}}$ $b = \underline{\hspace{2cm}}$

9 消去して放物線の式へ（係数を答える）

$x = t + 2, y = t^2 - 1$ から t を消去すると $y = x^2 + bx + c$ の形になる。 b, c を求めよ。

$b = \underline{\hspace{2cm}}$ $c = \underline{\hspace{2cm}}$

10

極座標→直交座標

極座標 $(r, \theta) = \left(2, \frac{\pi}{6}\right)$ を直交座標に変換せよ。

$$x = \text{ } \quad y = \text{ }$$

11

直交座標→極座標（第2象限）

直交座標 $(x, y) = (-1, \sqrt{3})$ を極座標 (r, θ) ($0 \leq \theta < 2\pi$) に変換せよ。

$$r = \text{ } \quad \theta = \text{ }$$

12

極方程式→円の式（中心・半径を答える）

極方程式 $r = 4 \cos \theta$ は円 $(x - a)^2 + y^2 = b^2$ を表す。 a （中心の x 座標）と b （半径）を求めよ。

$$a = \text{ } \quad b = \text{ }$$

13

極方程式→円の式（中心・半径を答える）

極方程式 $r = 6 \sin \theta$ は円 $x^2 + (y - a)^2 = b^2$ を表す。 a （中心の y 座標）と b （半径）を求めよ。

$$a = \text{ } \quad b = \text{ }$$

挑戦（14～19）

14

中心のずれた円の媒介変数表示

$x = 1 + 2 \cos \theta, y = -1 + 2 \sin \theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) はどんな図形を表すか。中心の座標と半径を求めよ。

$$\text{中心 } x = \text{ } \quad y = \text{ } \\ \text{半径 } \text{ }$$

15

楕円上の点（ x が2つ）

$x = 2 \cos \theta, y = 3 \sin \theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) 上の点で $y = \frac{3}{2}$ となるときの x の値をすべて求めよ。（2つある場合はコンマ区切りで入力）

$$x = \text{ }$$

16

極方程式に代入

極方程式 $r = \frac{2}{1 - \cos \theta}$ について、 $\theta = \frac{\pi}{2}$ のときと $\theta = \pi$ のときの r の値をそれぞれ求めよ。

$$\theta = \frac{\pi}{2} \text{ のとき } r = \text{ } \quad \theta = \pi \text{ のとき } r = \text{ }$$

17

 $r \cos \theta \cdot r \sin \theta$ の正体

極方程式 $r \cos \theta = 5$ と $r \sin \theta = -2$ がそれぞれ表す直線の式を $x =$ 、 $y =$ の形で求めよ。

$$x = \text{ } \quad y = \text{ }$$

18

双曲線の媒介変数表示

$x = \frac{4}{\cos \theta}, y = 3 \tan \theta$ から θ を消去すると $\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{b} = 1$ の形になる。 a, b を求めよ。

$$a = \text{ } \quad b = \text{ }$$

19

直線の極方程式

極方程式 $r \cos \left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = 3\sqrt{2}$ が表す直線の方程式は $x + y = c$ の形になる。 c を求めよ。

$$c = \text{ }$$

D R I L L

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。サイクロイドの座標計算や極方程式から直交座標への変換など、入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

サイクロイド（座標値計算）

半径 a の円が x 軸上を転がるとき、円周上の1点 P が描く曲線をサイクロイドといい、 $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ と媒介変数表示できる。 $a = 2$ のとき、 $t = \frac{\pi}{2}$ における P の座標を求めよ。

$x =$ $y =$

応2

サイクロイド（弧の頂点）

サイクロイド $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ について、 $a = 1$ のとき $t = \pi$ における点の座標を求めよ。これはアーチのいちばん高い点にあたる。

$x =$ $y =$

応3

極方程式→円の式（中心・半径）

極方程式 $r = 2 \cos \theta + 2 \sin \theta$ はどんな図形を表すか。中心の座標と半径を求めよ。

中心 $x =$ $y =$

半径

応4

極方程式→楕円の式（2次曲線の分類）

極方程式 $r = \frac{3}{2 - \cos \theta}$ について、 $\theta = 0$ のときと $\theta = \pi$ のときの r の値をそれぞれ求めよ。また、直交座標に変換すると楕円の方程式になることを確かめよ。

$\theta = 0$ のとき $r =$ $\theta = \pi$

のとき $r =$

応5

楕円上の最遠点

楕円の媒介変数表示 $x = 4 \cos \theta$, $y = 2 \sin \theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) 上の点 P と原点 O との距離 OP が最大になるときの θ の値をすべて求め（2つ）、そのときの OP の長さを求めよ。

$\theta =$ $OP =$

DRILL 記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

極方程式 $r = 2a \cos \theta$ を直交座標の式に直すとき、なぜまず両辺に r をかけてから $r^2 = x^2 + y^2$, $r \cos \theta = x$ を代入するのか、その理由を説明せよ。

記2

極方程式 $r = 6 \sin \theta + 8 \cos \theta$ はどんな図形を表すか。中心の座標と半径を求めよ。求める過程をすべて記述せよ。
