

2次曲線（放物線・楕円・双曲線）

問題プリント (全31問)

氏名 _____

得点 / 31点

DRILL

練習問題（全23問）

基本 (1~8)

1 放物線 $y^2 = 4px$ (右開き)

$y^2 = 8x$ の焦点の座標と準線の方程式を求めよ。

焦點 $x =$ $y =$

準線 $x =$

2 放物線 $y^2 = 4px$ (左開き)

$y^2 = -20x$ の焦点の座標と準線の方程式を求めよ。

焦点 $x =$ $y =$
 準線 $x =$

3 放物線 $x^2 = 4py$ (上開き)

$x^2 = 16y$ の焦点の座標と準線の方程式を求めよ。

焦點 $x =$ $y =$

準線 $y =$

4 放物線 $x^2 = 4py$ (下開き)

$x^2 = -4y$ の焦点の座標と準線の方程式を求めよ。

焦点 $x =$ $y =$
 準線 $y =$

5 楕円 (焦点は x 軸上)

$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ の焦点の座標と長軸の長さを求めよ。

焦点の x 座標 (コンマ区切り)

$y =$ 長軸の長さ

6 橢円 (焦点は y 軸上)

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ の焦点の座標と長軸の長さを求めよ。

焦点 $x =$ 焦点の y

座標（コンマ区切り）

長軸の長さ

7 双曲線 (焦点は x 軸上)

$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ の焦点の座標と漸近線の傾きを求めよ。

焦点の x 座標 (コンマ区切り)

$y =$ 漸近線の傾き (正の方)

8

双曲線（焦点は y 軸上）

$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ の焦点の座標と漸近線の傾きを求めよ。

焦点 $x =$ 焦点の y

座標（コンマ区切り）

漸近線の傾き（正の方）

標準（9～15）

9

$\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1$ の焦点の座標と長軸の長さを求めよ。

焦点の x 座標（コンマ区切り）

$y =$ 長軸の長さ

10

$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{13} = 1$ の焦点の座標と長軸の長さを求めよ。

焦点 $x =$ 焦点の y

座標（コンマ区切り）

長軸の長さ

11

$\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{225} = 1$ の焦点の座標と漸近線の傾きを求めよ。

焦点の x 座標（コンマ区切り）

$y =$ 漸近線の傾き（正の方）

12

$\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{144} = 1$ の焦点の座標と漸近線の傾きを求めよ。

焦点 $x =$ 焦点の y

座標（コンマ区切り）

漸近線の傾き（正の方）

13

条件から式を逆算（楕円）

焦点が $(3, 0)$ 、 $(-3, 0)$ で、長軸の長さが 10 である楕円について、標準形 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ の a, b の値を求めよ。

$a =$ $b =$

14

条件から式を逆算（双曲線）

焦点が $(25, 0)$ 、 $(-25, 0)$ で、漸近線の傾きが $\pm \frac{3}{4}$ である双曲線について、標準形 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ の a, b の値を求めよ。

$a =$ $b =$

15

条件から式を逆算（放物線）

頂点が原点、準線が $x = 3$ である放物線の焦点の座標と p の値を求めよ。

$p =$ 焦点 $x =$

$y =$

挑戦（16～24）

16

条件から式を逆算・2段階

ある双曲線の2つの焦点は $F(10, 0)$ 、 $F'(-10, 0)$ であり、漸近線の傾きは $\pm \frac{3}{4}$ である。この双曲線の標準形 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ における a, b の値を求めよ。

$a =$ $b =$

17

焦点までの距離＝準線までの距離

放物線 $y^2 = 4x$ 上の点 P について、焦点 F までの距離が 5 であるとき、 P の x 座標を求めよ。

$x =$

18

距離の差の定義に戻る

双曲線 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 上の点 P について、2つの焦点 F, F' までの距離の差 $|PF - PF'|$ を求めよ。

$$|PF - PF'| = \boxed{}$$

19

共有点の個数 (判別式)

放物線 $y^2 = 8x$ と直線 $y = x + 2$ の共有点の個数を求めよ。

$$\text{共有点の個数} = \boxed{}$$

20

共有点の個数 (判別式)

楕円 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ と直線 $y = x + 3$ の共有点の個数を求めよ。

$$\text{共有点の個数} = \boxed{}$$

21

接線の公式 (放物線)

放物線 $y^2 = 8x$ 上の点 $(2, 4)$ における接線の方程式を $y = ax + b$ の形で求めよ。

$$a = \boxed{} \quad b = \boxed{}$$

22

接線の公式 (楕円)

楕円 $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$ 上の点 $(2, 1)$ における接線の方程式を $x + by = c$ の形で求めよ。

$$b = \boxed{} \quad c = \boxed{}$$

23

一般形→平方完成→標準形

2次曲線の方程式 $x^2 + 4y^2 - 2x + 16y + 1 = 0$ を平方完成して標準形に直し、中心の座標と a^2, b^2 の値を求めよ。

$$\text{中心 } x = \boxed{} \quad y = \boxed{}$$

$$a^2 = \boxed{} \quad b^2 = \boxed{}$$

24

直角双曲線 $xy=k$

$xy = 8$ ($k = 8 > 0$) のグラフについて、漸近線の方程式、グラフが存在する象限、および原点に最も近い点 (頂点、 $x > 0$ の方) の座標を求めよ。

$$\text{漸近線 (コンマ区切り)} \quad \boxed{}$$

グラフが存在する象限 (小さい番号から、コンマ区切り)

$$\boxed{} \quad \text{頂点の } x \text{ 座標} \quad \boxed{}$$

$$\text{頂点の } y \text{ 座標} \quad \boxed{}$$

DRILL

応用問題 (プリント限定)

ここから先はPDF限定の腕試し。平行移動した曲線・離心率・軌跡の導出に挑戦しよう。

応1

平行移動した放物線

放物線 $(y - 2)^2 = 8(x - 1)$ の頂点・焦点の座標と、準線の方程式を求めよ。

$$\text{頂点 } x = \boxed{} \quad y = \boxed{}$$

$$\text{焦点 } x = \boxed{} \quad y = \boxed{}$$

$$\boxed{} \quad \text{準線 } x = \boxed{}$$

応2

平行移動した楕円

楕円 $\frac{(x - 2)^2}{25} + \frac{(y + 1)^2}{9} = 1$ の中心と、2つの焦点の座標を求めよ。

$$\text{中心 } x = \boxed{} \quad y = \boxed{}$$

焦点の x 座標 (コンマ区切り)

$$\boxed{} \quad \text{焦点の } y \text{ 座標} \quad \boxed{}$$

応3

平行移動した双曲線

双曲線 $\frac{(x+3)^2}{16} - \frac{(y-2)^2}{9} = 1$ の中心・2つの焦点の座標と、漸近線の傾きを求めよ。

中心 $x =$ $y =$

焦点の x 座標 (コンマ区切り)

焦点の y 座標

漸近線の傾き (正の方)

応4

離心率の入り口

曲線の「丸さ・とがり具合」は離心率 $e = \frac{c}{a}$ という数値でも表せる ($0 < e < 1$ なら楕円、 $e = 1$ なら放物線、 $e > 1$ なら双曲線になることが知られている)。次の2つの曲線の離心率を求めよ。

(1) 楕円 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ (2) 双曲線 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

(1) $e =$ (2) $e =$

応5

軌跡としての導出

2定点 $F(3, 0)$ 、 $F'(-3, 0)$ からの距離の和が10であるような点 P の軌跡は、標準形 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ の楕円になる。この a^2 、 b^2 の値を求めよ。

$a^2 =$ $b^2 =$

DRILL

記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

楕円の標準形では $c^2 = a^2 - b^2$ (引き算)、双曲線の標準形では $c^2 = a^2 + b^2$ (足し算) と、 c^2 の計算式の符号が逆になる。それぞれの曲線の定義 (焦点までの距離に関する条件) に触れながら、なぜこの符号の違いが生まれるのかを説明せよ。

記2

2次曲線の方程式 $4x^2 + 9y^2 = 36$ を標準形に直し、焦点の座標と長軸の長さを求めよ。求める過程をすべて記述せよ。