

平面上の曲線と複素数平面 まとめ

問題プリント（全27問）

氏名 _____

得点 /27点

DRILL

まとめテスト（標準）

基本（1～15）

1 放物線（焦点・準線）

$y^2 = 12x$ の焦点の座標と準線の方程式を求めよ。

焦点 $x = \text{ } y = \text{ }$
準線 $x = \text{ }$

2 楕円（焦点・長軸）

$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ の焦点の座標と長軸の長さを求めよ。

焦点の x 座標（コンマ区切り） $\text{ } y = \text{ }$
長軸の長さ

3 双曲線（焦点・漸近線）

$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ の焦点の座標と漸近線の傾き（正の方）を求めよ。

焦点の x 座標（コンマ区切り） $\text{ } y = \text{ }$
漸近線の傾き

4 媒介変数への代入

$x = 3t - 1, y = t^2 + 2$ について、 $t = 2$ のときの (x, y) を求めよ。

$x = \text{ } y = \text{ }$

5 媒介変数の消去（1次式）

$x = 2t - 3, y = 4t + 1$ から t を消去すると $y = ax + b$ の形になる。 a, b を求めよ。

$a = \text{ } b = \text{ }$

6 極座標→直交座標

極座標 $(r, \theta) = \left(6, \frac{\pi}{3}\right)$ を直交座標に変換せよ。

$x = \text{ } y = \text{ }$

7 直交座標→極座標

直交座標 $(x, y) = (-3, 3\sqrt{3})$ を極座標 (r, θ) ($0 \leq \theta < 2\pi$) に変換せよ。

$r = \text{ } \theta = \text{ }$

8 極方程式→円の式

極方程式 $r = 6 \cos \theta$ は円 $(x - a)^2 + y^2 = b^2$ を表す。 a （中心の x 座標）と b （半径）を求めよ。

$a = \text{ } b = \text{ }$

9 複素数の絶対値

$z = 5 + 12i$ のとき、 $|z|$ を求めよ。

$|z| = \text{ }$

10

複素数の絶対値

 $z = -8 + 6i$ のとき、 $|z|$ を求めよ。

$|z| = \boxed{}$

11

複素数の偏角

 $z = -\sqrt{3} + i$ の偏角 θ ($0^\circ \leq \theta < 360^\circ$) を求めよ。

$\theta = \boxed{}$

12

極形式→直交形式

 $z = 6(\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ)$ を直交形式 $z = a + bi$ で表すとき、 a と b を求めよ。

$a = \boxed{} \quad b = \boxed{}$

13

ド・モアブルの定理 ($n=3$) $\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)^3$ の値を求めよ。

実部 $\boxed{}$ 虚部 $\boxed{}$

14

ド・モアブルの定理 ($n=4 \cdot \text{ちょうど1周}$) $\left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}\right)^4$ の値を求めよ。

実部 $\boxed{}$ 虚部 $\boxed{}$

15

複素数の累乗 (直接展開)

 $(1 - i)^2$ を計算せよ。

実部 $\boxed{}$ 虚部 $\boxed{}$

発展 (16~25)

16

楕円 (条件から式を逆算)

焦点が $(0, 5)$ 、 $(0, -5)$ で、長軸の長さが 26 である楕円について、標準形 $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ (焦点が y 軸上) の a 、 b の値を求めよ。

$a = \boxed{} \quad b = \boxed{}$

17

双曲線の媒介変数表示 (消去)

 $x = \frac{5}{\cos^3 \theta}$, $y = 3 \tan \theta$ から θ を消去すると $\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{b} = 1$ の形になる。 a 、 b を求めよ。

$a = \boxed{} \quad b = \boxed{}$

18

双曲線と直線の共有点の個数

双曲線 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ と直線 $y = 2x + 1$ の共有点の個数を求めよ。

共有点の個数 = $\boxed{}$

19

一般形→平方完成→標準形

2次曲線の方程式 $x^2 + 9y^2 - 4x + 18y + 4 = 0$ を平方完成して標準形に直し、中心の座標と a^2 、 b^2 の値を求めよ。

中心 $x = \boxed{} \quad y = \boxed{}$
 $a^2 = \boxed{} \quad b^2 = \boxed{}$

20

直線の極方程式

極方程式 $r \cos \left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = 4$ が表す直線の方程式は $x + \sqrt{3}y = c$ の形になる。 c を求めよ。

$c = \boxed{}$

21

極方程式→円の式 (応用)

極方程式 $r = 8 \sin \theta - 6 \cos \theta$ はどんな図形を表すか。中心の座標と半径を求めよ。

中心 $x = \boxed{} \quad y = \boxed{}$
半径 $\boxed{}$

22

複素数の積 (直交形式から絶対値・偏角)

 $z_1 = 2 - 2i$, $z_2 = -\sqrt{3} + i$ のとき、 $|z_1 z_2|$ と $\arg(z_1 z_2)$ ($0^\circ \leq \theta < 360^\circ$) を求めよ。(それぞれの絶対値・偏角を先に求めてから計算するとよい)

$|z_1 z_2| = \boxed{} \quad \arg(z_1 z_2) = \boxed{}$

23

z/wが純虚数になる条件

$z = 2 + ti$ (t は実数の定数)、 $w = 3 - i$ のとき、 $\frac{z}{w}$ が純虚数となるような t の値を求めよ。

$t =$

24

1のn乗根の偏角

方程式 $z^6 = 64$ の解のうち、偏角が正で最小のものの偏角 θ ($0 \leq \theta < 2\pi$) を求めよ。 $(\pi$ を用いて分数の形で入力)

$\theta =$

25

 z^n が実数になる最小のn (章の総仕上げ)

$z = \frac{4}{\sqrt{3} + i}$ とするとき、 z^n が実数になる最小の自然数 n を求めよ。

$n =$

DRILL 記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

この章では、2次曲線（放物線・楕円・双曲線）を「焦点までの距離」という条件で定義する一方、複素数平面では複素数の積を「回転と拡大」という操作として理解した。一見まったく別々に見えるこの2つの内容には、「式の性質を図形的に読み取る」という共通の姿勢が流れている。それぞれから具体例を1つずつ挙げながら、この共通する姿勢について説明せよ。

記2

複素数 z が、2点 $A(3)$ 、 $B(-3)$ までの距離の和 $|z - 3| + |z + 3| = 10$ を満たすとき、点 z が描く図形は2次曲線のどれになるか。標準形の方程式と焦点の座標を求めよ。またこの問題が、複素数の絶対値をどのように読み替えることで、第1節で学んだ曲線の定義に結びつくのかを説明せよ。

EXAM
共通テスト形式チャレンジ

大問1 目標時間 8分/配点 20点

太郎さんは文化祭で発表するミニチュアのパラボラアンテナを作ろうとしている。パラボラアンテナの断面は放物線になっていて、放物線の軸に平行に入ってきた電波は、反射して必ず1点（焦点）に集まる。受信部はこの焦点の位置に置かれる。次の会話を読んで、あとの問いに答えよ。

先生「アンテナの断面を、頂点が原点、軸が y 軸である放物線 $x^2 = 4py$ と考えよう。」

太郎「今回作るアンテナは、底（頂点）からの深さが2cmのところで、開口部の半径が4cmになるように設計したいです。」

先生「それなら、その1点 $(4, 2)$ を放物線の式に代入すれば p が求まるね。」

- (1) この放物線の方程式は $x^2 = \boxed{\text{ア}}y$ の形になる。またこの放物線の焦点の座標（受信部を置くべき位置）は、頂点から距離 $\boxed{\text{イ}}$ cm の点である。

ア イ

- (2) 花子「アンテナをもう少し大きくして、開口部の半径を6cmにしたら、深さはどう変わりますか。」

(1)で求めた放物線 $x^2 = 8y$ 上で、半径が6cmになる点の深さ y を求めると、 $y = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ cm である。

ウ エ

- (3) 太郎「(2)の縁の点から、受信部（焦点）までの距離も知りたいです。」

放物線の定義（焦点までの距離＝準線までの距離）を用いると、その距離は $\frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ cm である。

オカ キ

大問2 目標時間 8分/配点 20点

花子さんと太郎さんは、観覧車のゴンドラの位置を複素数平面で表す方法について話している。観覧車の中心を原点 O とし、半径は10mである。ゴンドラAは、回転を始める瞬間、中心の真下（原点からの距離が半径と同じ点）にあるとする。次の会話を読んで、あとの問いに答えよ。

先生「ゴンドラAの初期位置は、複素数 $z_0 = -10i$ で表せるね。観覧車が反時計回りに回転すると、位置を表す複素数に、回転角に応じた複素数をかければいい。」

花子「複素数の積は、回転と拡大・縮小の組み合わせでしたね。今回は半径が変わらないから、かける数の絶対値はいつも1ということですね。」

(1)

120°回転させるには $\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ をかければよい。これを用いて、120°回転した後のゴンドラAの位置 $z_1 = z_0(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$ を $a + bi$ の形で求めると、実部 $a = \boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ 、虚部 $b = \boxed{\text{ウ}}$ である。

ア イ ウ

(2)

太郎「ゴンドラAが1周するのに12分かかるとしたら、回転を始めてから8分後には、何度回転していますか。」

回転角は $\boxed{\text{エオカ}}^\circ$ である。このときのゴンドラAの位置を $a + bi$ の形で求めると、実部 $a = -\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ 、虚部 $b = \boxed{\text{ケ}}$ である（符号に注意せよ）。

エオカ キ ク ケ

(3)

花子「ゴンドラAが再び最初の位置（中心の真下）に戻ってくるのは、最短で何分後ですか。」

ゴンドラAが最短で最初の位置に戻るのは、回転を始めてから $\boxed{\text{コサ}}$ 分後であり、そのとき $\boxed{\text{シ}}$ 回転している。

コサ シ