

数C まとめ

問題プリント（全42問）

氏名 _____

得点 /42点

DRILL

まとめテスト（標準）

基本（1～20）

1 ベクトルの実数倍と差

$\vec{a} = (5, -2)$ 、 $\vec{b} = (-3, 4)$ のとき、 $2\vec{a} - \vec{b}$ を成分で求めよ。

(,)

2 ベクトルの大きさ

$\vec{a} = (7, -24)$ の大きさ $|\vec{a}|$ を求めよ。

$|\vec{a}| =$

3 内積の成分計算

$\vec{a} = (3, 5)$ 、 $\vec{b} = (-2, 4)$ のとき、 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

$\vec{a} \cdot \vec{b} =$

4 垂直条件からtを求める

$\vec{a} = (6, -2)$ 、 $\vec{b} = (t, 9)$ が垂直であるとき、 t の値を求めよ。

$t =$

5 内分点

$A(-2, 3)$ 、 $B(6, -5)$ について、線分ABを3:1に内分する点Pの座標を求めよ。

$P($,)

6 重心

$A(1, 4)$ 、 $B(-3, 2)$ 、 $C(8, -6)$ を頂点とする三角形の重心Gの座標を求めよ。

$G($,)

7 空間：成分と大きさ

2点 $A(2, -1, 3)$ 、 $B(5, 3, 15)$ について、 $\overrightarrow{AB}$ の成分と大きさを求めよ。

$\overrightarrow{AB} = ($, ,) $|\overrightarrow{AB}| =$

8 空間：球面の方程式（平方完成）

方程式 $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0$ が表す球面の中心と半径を求めよ。

中心 (, ,) 半径

9 放物線（焦点・準線）

$y^2 = 8x$ の焦点の座標と準線の方程式を求めよ。

焦点 $x =$ $y =$
準線 $x =$

23

空間ベクトル：4点が同一平面上にある条件

4点 $O(0, 0, 0)$ 、 $A(2, 1, 3)$ 、 $B(1, 3, -1)$ 、 $C(x, 5, 5)$ が同一平面上にあるとき、 x の値を求めよ。

$$x = \boxed{}$$

24

空間：内積から角度を求める

$\vec{a} = (1, 1, 0)$ 、 $\vec{b} = (1, 0, 1)$ のなす角 θ について、 $\cos \theta$ の値と θ を求めよ。

$$\cos \theta = \boxed{} \quad \theta = \boxed{} \text{ 度}$$

25

楕円：焦点までの距離の和

楕円 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{11} = 1$ 上の点 P から一方の焦点 F までの距離が 7 であるとき、もう一方の焦点 F' までの距離を求めよ。

$$PF' = \boxed{}$$

26

双曲線と直線の接する条件（判別式）

双曲線 $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{4} = 1$ と直線 $y = x + k$ が接する（共有点がちょうど 1 個）ときの k の値をすべて求めよ（コンマ区切り）。

$$k = \boxed{}$$

27

極方程式が表す図形

極方程式 $r = 6 \cos \theta$ が表す図形の中心の座標と半径を求めよ。

$$\text{中心} (\boxed{}, \boxed{}) \quad \text{半径} \boxed{}$$

28

商が実数になる条件

$z = a + 3i$ (a は実数)、 $w = 2 - i$ とする。 $\frac{z}{w}$ が実数になるように、 a の値を求めよ。

$$a = \boxed{}$$

29

ド・モアブルの定理で方程式を解く

方程式 $z^3 = 8i$ の解はすべて絶対値が等しく、偏角が等間隔に並ぶ。解の絶対値と、偏角の間隔を求めよ。

$$\text{絶対値} \boxed{} \quad \text{偏角の間隔} \boxed{}$$

30

n乗根と正多角形の頂点

1 の 6 乗根のうち、偏角が $\frac{\pi}{3}$ であるものを $a + bi$ の形で求めよ。

$$\text{実部} \boxed{} \quad \text{虚部} \boxed{}$$

31

融合：複素数平面の内分点公式（ベクトルの内分点公式と同じ形）

$z_1 = 3 + 2i$ 、 $z_2 = -1 + 10i$ について、 z_1 から z_2 に向かって 3 : 1 に内分する点 z を求めよ。

ベクトルの内分点公式 $\vec{p} = \frac{n\vec{a} + m\vec{b}}{m + n}$ の $\vec{a}, \vec{b}$ を z_1, z_2 に置き換えるだけで同じように計算できることを確認せよ。

$$\text{実部} \boxed{} \quad \text{虚部} \boxed{}$$

32

融合：円 $|z - \alpha| = r$ と絶対値の最大最小

複素数 z が $|z - (6 + 8i)| = 1$ を満たしながら動くとき、 $|z|$ の最大値・最小値を求めよ。

$$\text{最大値} \boxed{} \quad \text{最小値} \boxed{}$$

33

融合：垂直条件（ベクトルの内積 $\leftrightarrow$ 複素数の純虚数条件）

複素数 $z_1 = 3 + 4i$ 、 $z_2 = x + 6i$ (x は実数) について、原点 O と点 z_1 、点 z_2 を結んでできる角 $\angle z_1 O z_2$ が直角になるように x の値を求めよ。

$$x = \boxed{}$$

34

融合：楕円の媒介変数表示とベクトルの大きさの最大最小

楕円上の点 P を $x = 7 \cos \theta$ 、 $y = 4 \sin \theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) と媒介変数表示する。 $\overrightarrow{OP}$ の大きさ $|\overrightarrow{OP}|$ の最大値・最小値を求めよ。

$$\text{最大値} \boxed{} \quad \text{最小値} \boxed{}$$

発展 (35~40)

35 融合：双曲線の媒介変数表示と原点からの最小距離

双曲線 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 上の点Pのうち、原点Oから最も近い点までの距離 $|\overrightarrow{OP}|$ の最小値を求めよ (Pは右側の枝、 $x > 0$ とする)。

最小値

36 融合：複素数平面上の直角三角形の条件

複素数平面上に3点 $A(z_1 = 1 + i)$ 、 $B(z_2 = 5 + 3i)$ 、 $C(z_3 = k + 7i)$ (k は実数)がある。 $\angle B$ が直角になるように k の値を求めよ。

$k =$

37 融合： n 乗根の頂点間の距離 (辺と対角線)

1の4乗根は複素数平面上で正方形の頂点をなす。隣り合う頂点どうしの距離 (正方形の1辺の長さ) と、向かい合う頂点どうしの距離 (対角線の長さ) を求めよ。

辺の長さ 対角線の長さ

38

融合：楕円の焦点三角形の重心 (ベクトルの重心公式)

楕円 $\frac{x^2}{625} + \frac{y^2}{576} = 1$ の2つの焦点をF, F'とする。楕円の短軸の頂点 (y 座標が正の方) をPとすると、三角形PFF'の重心Gの座標を求めよ。

G(,)

39

融合：放物線の定義とベクトルの大きさの公式

放物線 $y^2 = 24x$ の焦点をFとする。放物線上の点で $y = 12$ となる点をPとすると、 $|\overrightarrow{FP}|$ の大きさ $|\overrightarrow{FP}|$ を、ベクトルの大きさの公式を使って求めよ。また、それが放物線の定義 (焦点までの距離 = 準線までの距離) と一致することを確認せよ。

$|\overrightarrow{FP}| =$

40

融合： n 乗根の和 (位置ベクトルとしての重心・章の総仕上げ)

1の5乗根を $z_0 = 1, z_1, z_2, z_3, z_4$ とする。これらを原点からの位置ベクトルとみなしたとき、その和 $z_0 + z_1 + z_2 + z_3 + z_4$ の値 (実部・虚部) を求めよ。

実部 虚部

DRILL 記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

ベクトルの内分点公式 $\vec{p} = \frac{n\vec{a} + m\vec{b}}{m+n}$ と、複素数平面の内分点公式 $z = \frac{nz_1 + mz_2}{m+n}$ は、まったく同じ形をしている。なぜ同じ形になるのかを、具体的な数値例を1つ挙げながら説明せよ。

記2

円・楕円・双曲線・放物線は、どれも「距離に関する条件」として定義される。この4つの定義に共通する考え方を、具体的な数値例を1つ挙げながら説明せよ。

E X A M
共通テスト形式チャレンジ

大問1 目標時間 12分/配点 20点

太郎さんと花子さんは、文化祭の模擬店で使う三角形の敷地OABに、テントの支柱や商品の受け渡し場所を配置する計画を立てている。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a} = (9, 3)$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b} = (3, 9)$ とする。次の会話を読んで、あとの問いに答えよ。

先生「まず、商品を受け渡す場所として、線分ABを1:2に内分する点Pを決めよう。」
太郎「位置ベクトルの公式を使えば、Oから見たPの位置がすぐわかりますね。」

- (1) 線分ABを1:2に内分する点をPとする。 $\overrightarrow{OP}$ を求めると、 $\overrightarrow{OP} = (\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$ である。

ア イ

- (2) 花子「次に、(1)で求めた点Pを基準にして、支柱を垂直に立てる場所を決めましょう。点Pから辺OBに下ろした垂線の足をQとします。」

$\overrightarrow{OQ} = t\vec{b}$ (t は実数) とおくと、 $\overrightarrow{PQ} \perp \overrightarrow{OB}$ より $t = \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

ウエ オカ

- (3) 太郎「最後に、受け渡しコーナーの飾りつけに使う布がどれくらい必要か、(1)で求めたPと(2)で求めたQを結んでできる三角形APQの面積を計算して見積もりましょう。」

花子「 $\overrightarrow{AP}$ と $\overrightarrow{AQ}$ の2つのベクトルが分かれば、面積の公式で求められますね。」

(1)で求めたPと(2)で求めたQを用いて、三角形APQの面積 S を求めると、 $S = \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

キク ケ

大問2 目標時間 12分/配点 20点

太郎さんと花子さんは、文化祭で展示するミニチュアのパラボラアンテナと、音がよく反響する楕円形の壁（ウィスパーギャラリー）について調べている。次の会話を読んで、あとの問いに答えよ。

先生「まず、アンテナの鏡の断面を放物線 $y^2 = 20x$ と考えよう。放物線に平行に入ってきた電波は、反射してすべて焦点に集まる。」

花子「焦点の位置が受信部を置くべき場所ですね。」

- (1) 放物線 $y^2 = 20x$ の焦点の座標は($\boxed{\text{ア}}$, 0)、準線の方程式は $x = \boxed{\text{イ}}$ である ($\boxed{\text{イ}}$ は符号も含めて入力せよ)。

ア イ

- (2) 太郎「鏡の縁の、 $y = 10$ の高さにある点から、受信部（焦点）までの距離を知りたいです。」

$y^2 = 20x$ 上で $y = 10$ のときの x 座標は $\boxed{\text{ウ}}$ であり、この点から焦点までの距離は $\boxed{\text{エオ}}$ である。

ウ エオ

- (3) 先生「今度は展示替えして、楕円形の壁 $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$ を使ったウィスパーギャラリーを作ろう。楕円には、一方の焦点で発した音が、反射してもう一方の焦点に集まるという性質がある。」

花子「この楕円の焦点の1つは、(1)で求めたアンテナの焦点とちょうど同じ(5, 0)の位置になるように設計されているんですね。」

この楕円上の点Pから焦点(5, 0)までの距離が9であるとき、もう一方の焦点までの距離は $\boxed{\text{カキ}}$ である。

カキ

大問3 目標時間 11分／配点 20点

太郎さんは、文化祭で展示する模型の風車（3枚羽根のプロペラ）を作ろうとしている。羽根の先端の位置を複素数平面で表すことにする。中心を原点Oとし、羽根の先端は半径6の円周上を等間隔（ 120° ごと）に3か所ある。1枚目の羽根の先端の位置は、真上を指す $z_0 = 6i$ とする。次の会話を読んで、あとの問いに答えよ。

先生「 120° 回転させるには $\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ をかければいい。3枚の羽根は、 z_0 を $0^\circ, 120^\circ, 240^\circ$ 回転させた位置にある。」

- (1) 2枚目の羽根の先端の位置 $z_1 = z_0(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$ を $a + bi$ の形で求めると、実部 $a = \boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ 、虚部 $b = \boxed{\text{ウ}}$ である（ア・ウは符号も含めて入力せよ）。

ア イ ウ

- (2) 先生「 $240^\circ = 120^\circ + 120^\circ$ だから、3枚目の羽根の位置は、(1)で求めた z_1 をさらに 120° 回転させても求められるよ。」

(1)で求めた z_1 を用いて $z_2 = z_1(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$ を計算し、 $a + bi$ の形で求めると、実部 $a = \boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ 、虚部 $b = \boxed{\text{カ}}$ である（カは符号も含めて入力せよ）。

エ オ カ

- (3) 花子「3枚の羽根がちょうど正三角形の頂点になっているか、確かめてみましょう。」

$z_0 + z_1 + z_2$ の値を求めると、実部 = $\boxed{\text{キ}}$ 、虚部 = $\boxed{\text{ク}}$ である。また、隣り合う羽根の先端どうしの距離 $|z_1 - z_0|$ を求めると $\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}$ である。

キ ク ケ コ