

漸化式

問題プリント（全26問）

氏名 _____

得点 /26点

DRILL

練習問題（全17問）

基本（1～5）

1

等差型

$a_1 = 5, a_{n+1} = a_n + 3$ の一般項を $a_n = pn + q$ の形で表すとき、 p, q を求めよ。

$p = \text{ } \quad q = \text{ }$

2

等比型

$a_1 = 2, a_{n+1} = 3a_n$ の一般項を $a_n = A \cdot r^{n-1}$ の形で表すとき、 A, r を求めよ。

$A = \text{ } \quad r = \text{ }$

3

等比型・分数

$a_1 = 4, a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n$ のとき、 a_5 を求めよ。

$a_5 = \text{ }$

4

階差型・項をたどる

$a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 2n$ のとき、 a_4, a_5 を求めよ。

$a_4 = \text{ } \quad a_5 = \text{ }$

5

$a_{n+1} = pa_n + q$ 型・基本

$a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 1$ について、特性方程式の解 α と a_4 を求めよ。

$\alpha = \text{ } \quad a_4 = \text{ }$

標準（6～12） ※パターンは自分で判定

6

$a_1 = 5, a_{n+1} = 3a_n - 4$ について、特性方程式の解 α と a_4 を求めよ。

$\alpha = \text{ } \quad a_4 = \text{ }$

7

$a_1 = 0, a_{n+1} = 4a_n + 3$ について、特性方程式の解 α と a_5 を求めよ。

$\alpha = \text{ } \quad a_5 = \text{ }$

8

おきかえ型

$a_1 = 5, a_{n+1} = 2a_n + 3^n$ の一般項を $a_n = A \cdot 2^n + B \cdot 3^n$ の形で表すとき、 A, B を求めよ。

$A = \text{ } \quad B = \text{ }$

9

おきかえ型

$a_1 = 1, a_{n+1} = 3a_n + 4^n$ の一般項を $a_n = A \cdot 4^n + B \cdot 3^n$ の形で表すとき、 A, B と a_4 を求めよ。

$A = \text{ } \quad B = \text{ } \quad a_4 = \text{ }$

10

階差型・ Σ の技術を使う

$a_1 = 3, a_{n+1} = a_n + 3n - 1$ のとき、 a_6 を求めよ。

$a_6 = \text{ }$

- 11 $a_1 = 7, a_{n+1} = 5a_n - 8$ について、特性方程式の解 α と a_4 を求めよ。

$$\alpha = \text{ } \quad a_4 = \text{ }$$

- 12 おきかえ型

$a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 3^n$ のとき、 a_5 を求めよ。

$$a_5 = \text{ }$$

挑戦 (13~16・17)

- 13 特性方程式の解が負の型

$a_1 = 2, a_{n+1} = -2a_n + 3$ について、特性方程式の解 α と a_5 を求めよ。

$$\alpha = \text{ } \quad a_5 = \text{ }$$

- 14 特性方程式の解と初項が一致する特殊ケース

$a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n - 3$ のとき、 a_{10} を求めよ。

$$a_{10} = \text{ }$$

- 15 おきかえ型・係数つき

$a_1 = 7, a_{n+1} = 5a_n + 2 \cdot 3^n$ の一般項を $a_n = A \cdot 5^n + B \cdot 3^n$ の形で表すとき、 A, B と a_4 を求めよ。

$$A = \text{ } \quad B = \text{ }$$

$$a_4 = \text{ }$$

- 16 階差型・一般項を最後まで求める

$a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + 4n - 1$ の一般項を $a_n = An^2 + Bn + C$ の形で表すとき、 A, B, C を求めよ。

$$A = \text{ } \quad B = \text{ } \quad C = \text{ }$$

- 17 逆数をとる型 (1/anで等差に帰着)

数列 $\{a_n\}$ は $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{a_n}{3a_n + 1}$ で定められる。 $b_n = \frac{1}{a_n}$ とおくとき、 $\{b_n\}$ は等差数列になる。その公差、一般項 $a_n = \frac{1}{pn + q}$ の p, q 、および a_5 を求めよ。

$$\text{公差} \text{ } \quad p = \text{ } \quad q = \text{ } \\ a_5 = \text{ }$$

DRILL

応用問題 (プリント限定)

ここから先はPDF限定の腕試し。隣接3項間の漸化式と確率漸化式の入り口を紹介する。

- 応1 隣接3項間漸化式 (入り口)

$a_1 = 2, a_2 = 5, a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n$ の一般項を求め、 a_5 を求めよ。

$$a_5 = \text{ }$$

- 応2 確率漸化式 (入り口)

正三角形ABCの頂点上を動く点Pがある。点Pは最初、頂点Aにいる。1回の操作で、今いる頂点から他の2頂点のどちらかへ、それぞれ確率 $\frac{1}{2}$ で移動する。 n 回の操作のあとに点PがAにいる確率を p_n とするとき、 p_1 を求めよ。また p_{n+1} を p_n の式 ($p_{n+1} = Ap_n + B$ の形) で表せ。

$$p_1 = \text{ } \quad A = \text{ } \\ B = \text{ }$$

応3

文章題：円による平面の分割数

平面上に n 個の円があり、どの2つの円も異なる2点で交わり、どの3つの円も1点で交わらないとする。この n 個の円によって平面が分けられる部分の数を a_n とする。一般項を $a_n = An^2 + Bn + C$ の形で求め、 a_6 を求めよ。

$$A = \boxed{} \quad B = \boxed{}$$

$$C = \boxed{} \quad a_6 = \boxed{}$$

応4

文章題：培養液の中の細菌

ある培養液の中の細菌の数は、1時間ごとに2倍に増えるが、同時に薬剤の投与により毎回3匹ずつ減らされる。1時間後の細菌の数が5匹であるとき、 n 時間後の細菌の数を a_n (匹) とする。一般項を $a_n = 2^n + c$ の形で求め、10時間後の細菌の数を求めよ。

$$c = \boxed{} \quad 10\text{時間後} \boxed{} \text{ 匹}$$

応5

初項・公比・定数がすべて負を含む型

$a_1 = -2, a_{n+1} = -3a_n + 8$ について、特性方程式の解 α と a_4 を求めよ。

$$\alpha = \boxed{} \quad a_4 = \boxed{}$$

応6

$an+1=pan+qn+r$ 型 (特殊解を仮定する)

$a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + n - 1$ で定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を $a_n = 2^n + Cn$ の形で表すとき、 C の値を求めよ。また a_6 の値を求めよ。

$$C = \boxed{} \quad a_6 = \boxed{}$$

応7

隣接3項間漸化式・重解型 (紹介)

$a_1 = 1, a_2 = 4, a_{n+2} = 4a_{n+1} - 4a_n$ の一般項を求めよ。

DRILL 記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

$a_{n+1} = pa_n + q$ ($p \neq 1$) の形の漸化式で、特性方程式 $\alpha = p\alpha + q$ の解 α を使って $a_n - \alpha$ を考えると、なぜこれが等比数列になるのかを、もとの式と特性方程式を辺々引くという操作に触れながら説明せよ。

記2

$a_1 = 6, a_{n+1} = 4a_n - 9$ で定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求め、 a_4 を求めよ。特性方程式の解を求める過程も書きながら答案として完成させよ。
