

いろいろな数列と Σ

問題プリント（全28問）

氏名 _____

得点 _____ / 28点

DRILL

練習問題（全20問）

基本（1～6）

1 Σk の基本公式

$\sum_{k=1}^5 k$ の値を求めよ。

値

2 Σk の基本公式

$\sum_{k=1}^7 k$ の値を求めよ。

値

3 Σk^2 の基本公式

$\sum_{k=1}^4 k^2$ の値を求めよ。

値

4 Σk^2 の基本公式

$\sum_{k=1}^5 k^2$ の値を求めよ。

値

5 Σk^3 の基本公式

$\sum_{k=1}^3 k^3$ の値を求めよ。

値

6 定数の和

$\sum_{k=1}^5 4$ の値を求めよ。

値

標準（7～14・19～20）

7 $\sum_{k=1}^6 k^2$ の値を求めよ。

値

8 $\sum_{k=1}^4 k^3$ の値を求めよ。

値

9 2項に分けて計算

$\sum_{k=1}^4 (2k + 1)$ の値を求めよ。

値

10

2項に分けて計算

$$\sum_{k=1}^5 (3k - 2) \text{ の値を求めよ。}$$

値

11

展開してからΣ

$$\sum_{k=1}^4 k(k + 1) \text{ の値を求めよ。}$$

値

12

展開してからΣ

$$\sum_{k=1}^5 (k^2 - k) \text{ の値を求めよ。}$$

値

13

2項に分けて計算

$$\sum_{k=1}^3 (2k^2 + 1) \text{ の値を求めよ。}$$

値

14

3項に分けて計算

$$\sum_{k=1}^4 (k^3 - k) \text{ の値を求めよ。}$$

値

19

Snからanを求める (n≥2の場合分け)

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和が $S_n = 2n^2 - n + 3$ で表されるとき、 a_1 を求めよ。また $n \geq 2$ のときの一般項を $a_n = pn + q$ の形で表し、 p, q を求めよ。

$a_1 =$ $p =$ $q =$

20

Snからanを求める (n=1でも成り立つ例)

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和が $S_n = 3^n - 1$ で表されるとき、一般項 a_n を $a_n = A \cdot r^{n-1}$ の形で表し、 a_1, A, r を求めよ ($n = 1$ のときも成り立つか必ず確認すること)。

$a_1 =$ $A =$ $r =$

挑戦 (15~18)

15

一般項の係数を求める

$\sum_{k=1}^n (4k - 1)$ を計算すると $an^2 + bn + c$ の形になる。係数 a, b, c を求めよ。

$a =$ $b =$ $c =$

16

一般項の係数を求める (3次)

$\sum_{k=1}^n (6k^2 - 2k + 3)$ を計算すると $an^3 + bn^2 + cn + d$ の形になる。係数 a, b, c, d を求めよ。

$a =$ $b =$ $c =$
 $d =$

17

階差数列

数列 $\{a_n\}$ は $a_1 = 1$ 、階差数列 $b_n = 3n - 1$ ($b_n = a_{n+1} - a_n$) を満たす。 a_5 の値を求めよ。

$a_5 =$

18

部分分数分解 (telescoping)

$\sum_{k=1}^6 \frac{1}{k(k+1)}$ の値を求めよ。

値

DRILL

応用問題 (プリント限定)

ここから先はPDF限定の腕試し。等差×等比の和や群数列の入り口など、入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

等差×等比の和（ずらして引く）

$S = \sum_{k=1}^5 k \cdot 2^k$ の値を求めよ。 $(S - 2S)$ を作る方法を使うこと)

$S =$

応2

群数列の入り口

自然数を次のように群に分ける（第 n 群には n 個の数が入る）。

第1群 $\{1\}$ 第2群 $\{2, 3\}$ 第3群 $\{4, 5, 6\}$ 第4群 $\{7, 8, 9, 10\}$ ……

20 はどの群の何番目に入るか求めよ。

第 群の 第 番目

応3

部分分数分解（2つ飛びの telescoping）

$\frac{1}{k(k+2)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right)$ を用いて
 $\sum_{k=1}^5 \frac{1}{k(k+2)}$ の値を求めよ。

値

応4

奇数の2乗の和

$\sum_{k=1}^6 (2k-1)^2$ （奇数 $1^2, 3^2, 5^2, \dots$ の和）の値を求めよ。

値

応5

階差が2次式の階差数列

数列 $\{a_n\}$ は $a_1 = 3$ 、階差数列 $b_n = n^2$ ($b_n = a_{n+1} - a_n$) を満たす。 a_5 の値を求めよ。

$a_5 =$

応6

群数列の発展（群の大きさが2n-1）

自然数を次のように群に分ける（第 n 群には $2n - 1$ 個の数が入る）。

第1群 $\{1\}$ 第2群 $\{2, 3, 4\}$ 第3群 $\{5, 6, 7, 8, 9\}$ ……

100 はどの群の何番目に入るか求めよ。また、第 n 群の最初の数 $an^2 + bn + c$ の形で表せ。

第 群の 第 番目

$a =$ $b =$ $c =$

DRILL
記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1 $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$ を求めるとき、部分分数分解 $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ を使うと、なぜ和が $\frac{n}{n+1}$ のように簡単な式にまとまるのかを、telescoping（望遠鏡式に消えるしくみ）に触れながら説明せよ。

記2 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和が $S_n = n^2 + 3n + 1$ で表されるとき、 a_1 を求めよ。また $n \geq 2$ のときの一般項 a_n を求め、その式が $n = 1$ でも成り立つかどうかを確認せよ。
