

等差数列

解答（全23問）

氏名 _____

得点 _____ / 23点

DRILL

練習問題（全18問）

基本（1～7）

1

公差を求める

数列 $6, 10, 14, 18, \dots$ は等差数列である。公差 d を求めよ。

$$d = \underline{4}$$

隣り合う項の差を計算する。 $10 - 6 = 4, 14 - 10 = 4, 18 - 14 = 4$

$$d = 4$$

2

特定項を求める

初項 -2 、公差 5 の等差数列の第 6 項を求めよ。

$$a_6 = \underline{23}$$

$$a_n = -2 + (n - 1) \times 5$$

$$a_6 = -2 + 5 \times 5 = -2 + 25 = 23$$

$$a_6 = 23$$

3

一般項の式から特定項

一般項が $a_n = 4n - 7$ で表される等差数列の第9項を求めよ。

$$a_9 = \underline{29}$$

$$a_9 = 4 \times 9 - 7 = 36 - 7 = 29$$

$$a_9 = 29$$

4

公差（隣接2項から）

ある等差数列で $a_4 = 13$, $a_5 = 19$ のとき、公差 d を求めよ。

$$d = \underline{6}$$

$$d = a_5 - a_4 = 19 - 13 = 6$$

$$d = 6$$

5

和の値（基本）

初項3、公差2の等差数列について、初項から第12項までの和を求めよ。

$$S_{12} = \underline{168}$$

$$a_n = 3 + (n - 1) \times 2 = 2n + 1$$

$$a_{12} = 2 \times 12 + 1 = 25$$

$$S_{12} = \frac{12(a_1 + a_{12})}{2} = \frac{12(3 + 25)}{2} = 6 \times 28 = 168$$

$$S_{12} = 168$$

6

和の値（初項・末項・項数から）

初項7、末項67、項数16の等差数列の和を求めよ。

$$S = \underline{592}$$

$$S = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{16(7 + 67)}{2} = 8 \times 74 = 592$$

$$S = 592$$

7

特定項（公差が負）

初項30、公差−4の等差数列の第11項を求めよ。

$$a_{11} = \underline{-10}$$

$$a_n = 30 + (n - 1) \times (-4)$$

$$a_{11} = 30 - 4 \times 10 = 30 - 40 = -10$$

$$a_{11} = -10$$

標準（8～14） ※パターンは自分で判定

8 初項5、公差−3の等差数列の一般項を整理すると $a_n = pn + q$ の形になる。 p, q の値を求めよ。

$$p = \underline{-3} \quad q = \underline{8}$$

$$a_n = 5 + (n - 1) \times (-3) = 5 - 3n + 3 = 8 - 3n = -3n + 8$$

$$p = -3, q = 8$$

- 9 ある等差数列で $a_3 = 11$, $a_7 = 23$ のとき、初項 a_1 と公差 d を求めよ。

$$a_1 = \underline{5} \quad d = \underline{3}$$

$$a_7 - a_3 = 4d = 23 - 11 = 12 \text{ より } d = 3$$

$$a_1 = a_3 - 2d = 11 - 6 = 5$$

$$a_1 = 5, d = 3$$

- 10 ある等差数列で $a_4 = 2$, $a_{10} = 20$ のとき、公差 d と初項 a_1 を求めよ。

$$d = \underline{3} \quad a_1 = \underline{-7}$$

$$a_{10} - a_4 = 6d = 20 - 2 = 18 \text{ より } d = 3$$

$$a_1 = a_4 - 3d = 2 - 9 = -7$$

$$d = 3, a_1 = -7$$

- 11 初項2、公差3の等差数列について、初項から第 n 項までの和が155であるとき、 n の値を求めよ。

$$n = \underline{10}$$

$$S_n = \frac{n\{2 \times 2 + (n-1) \times 3\}}{2} = \frac{n(3n+1)}{2}$$

$$\frac{n(3n+1)}{2} = 155 \text{ より } 3n^2 + n - 310 = 0$$

$$\text{判別式は } 1 + 3720 = 3721 = 61^2 \text{ なので } n = \frac{-1 + 61}{6} = 10 \text{ (} n \text{ は自然数なので負の解は除く)}$$

$$n = 10$$

- 12 公差が3で、初項から第20項までの和が650である等差数列の初項 a_1 を求めよ。

$$a_1 = \underline{4}$$

$$S_{20} = \frac{20(2a_1 + 19 \times 3)}{2} = 10(2a_1 + 57) = 650$$

$$2a_1 + 57 = 65 \text{ より } 2a_1 = 8, a_1 = 4$$

$$a_1 = 4$$

- 13 数列 7, 11, 15, ..., 99 は等差数列である。この数列の項数を求めよ。

$$\text{項数 } \underline{24}$$

$$\text{公差 } d = 11 - 7 = 4, a_n = 7 + (n - 1) \times 4 = 4n + 3$$

$$\text{末項99について } 4n + 3 = 99 \text{ より } 4n = 96, n = 24$$

$$\text{項数は } 24$$

- 14 数列 7, 11, 15, ..., 99 (項数24) の和を求めよ。

$$S = \underline{1272}$$

$$S = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{24(7 + 99)}{2} = 12 \times 106 = 1272$$

$$S = 1272$$

挑戦 (15~18)

15

連立 (項と和の2条件から)

ある等差数列で、第3項が8、初項から第6項までの和が57であるとき、初項 a_1 と公差 d を求めよ。

$$a_1 = \underline{2} \quad d = \underline{3}$$

$$\text{条件1: } a_3 = a_1 + 2d = 8$$

$$\text{条件2: } S_6 = \frac{6(2a_1 + 5d)}{2} = 3(2a_1 + 5d) = 57 \text{ より } 2a_1 + 5d = 19$$

条件1より $a_1 = 8 - 2d$ 。条件2に代入すると

$$2(8 - 2d) + 5d = 19 \Rightarrow 16 - 4d + 5d = 19 \Rightarrow 16 + d = 19 \Rightarrow d = 3$$

$$a_1 = 8 - 2 \times 3 = 2$$

$$a_1 = 2, d = 3$$

16

連立から一般項の係数

ある等差数列で $a_5 = 1$, $a_9 = -11$ のとき、一般項を整理した $a_n = pn + q$ の p, q の値を求めよ。

$$p = \underline{-3} \quad q = \underline{16}$$

$$d = \frac{a_9 - a_5}{9 - 5} = \frac{-11 - 1}{4} = -3$$

$$a_1 = a_5 - 4d = 1 - 4 \times (-3) = 1 + 12 = 13$$

$$a_n = 13 + (n - 1) \times (-3) = 13 - 3n + 3 = 16 - 3n = -3n + 16$$

$$p = -3, q = 16$$

17

Snをnの2次式で表す

初項 -5 、公差 4 の等差数列について、初項から第 n 項までの和 S_n を整理すると $S_n = an^2 + bn$ の形になる。 a, b の値を求めよ。

$$a = \underline{2} \quad b = \underline{-7}$$

$$S_n = \frac{n\{2 \times (-5) + (n-1) \times 4\}}{2} = \frac{n(-10 + 4n - 4)}{2} = \frac{n(4n - 14)}{2} = 2n^2 - 7n$$

$$a = 2, b = -7$$

18

連立 (2つの和の差から)

ある等差数列で、初項から第10項までの和が210、初項から第5項までの和が55であるとき、初項 a_1 と公差 d を求めよ。

$$a_1 = \underline{3} \quad d = \underline{4}$$

$$S_{10} = \frac{10(2a_1 + 9d)}{2} = 5(2a_1 + 9d) = 210 \text{ より } 2a_1 + 9d = 42$$

$$S_5 = \frac{5(2a_1 + 4d)}{2} = 55 \text{ より } 2a_1 + 4d = 22$$

上の式から下の式を引くと $5d = 20$ より $d = 4$

$$2a_1 + 4 \times 4 = 22 \text{ より } 2a_1 = 6, a_1 = 3$$

$$a_1 = 3, d = 4$$

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。3数が等差数列をなす条件や、和が最大になる n の応用、調和数列の入り口まで、入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

3数が等差数列をなす

3つの数 $x - 1$, $2x + 1$, $4x - 5$ がこの順に等差数列をなすとき、 x の値を求めよ。

$$x = \underline{8}$$

3数が等差数列をなす条件は「まん中の数の2倍＝両端の和」（隣り合う差が等しいという条件を式にするとこの形になる）。

$$2(2x + 1) = (x - 1) + (4x - 5)$$

$$4x + 2 = 5x - 6$$

$$x = 8$$

（確かめ： $x = 8$ のとき3数は 7, 17, 27。公差はどちらも10で等差数列になっている）

$$x = 8$$

応2

和が最大になる n （基本形）

初項50、公差 -4 の等差数列について、初項から第 n 項までの和が最大になるときの n と、その最大値を求めよ。

$n = \underline{13}$ 最大値 $\underline{338}$

$$a_n = 50 + (n - 1) \times (-4) = 54 - 4n$$

$a_n \geq 0$ を解くと $54 - 4n \geq 0$ より $n \leq 13.5$ 。 n は自然数なので $n = 13$ ($a_{13} = 2$ は正、 $a_{14} = -2$ は負)。

$$S_{13} = \frac{13\{2 \times 50 + 12 \times (-4)\}}{2} = \frac{13(100 - 48)}{2} = \frac{13 \times 52}{2} = 13 \times 26 = 338$$

$n = 13$ のとき最大値 338

応3

一般項が先に与えられた形

ある等差数列の一般項が $a_n = 45 - 6n$ で表される。この数列の初項から第 n 項までの和が最大になるときの n と、その最大値を求めよ。

$n = \underline{7}$ 最大値 $\underline{147}$

初項は $a_1 = 45 - 6 \times 1 = 39$ 、公差は a_n の n の係数から $d = -6$ 。

$a_n \geq 0$ を解くと $45 - 6n \geq 0$ より $n \leq 7.5$ 。 n は自然数なので $n = 7$ ($a_7 = 3$ は正、 $a_8 = -3$ は負)。

$$S_7 = \frac{7(a_1 + a_7)}{2} = \frac{7(39 + 3)}{2} = \frac{7 \times 42}{2} = 7 \times 21 = 147$$

$n = 7$ のとき最大値 147

応4

等差×調和数列の入り口

数列 $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}, \frac{1}{11}, \dots$ は、各項の逆数をとった数列が等差数列になっている
(このような数列を「調和数列」という)。逆数の数列の公差を求め、さらにもとの数列の第6項を求めよ。

逆数の数列の公差 3 もとの数列の第6項 $\frac{1}{17}$

各項の逆数をとると $2, 5, 8, 11, \dots$ となり、これは初項2、公差3の等差数列である。

逆数の数列の一般項は $b_n = 2 + (n - 1) \times 3 = 3n - 1$ 。

もとの数列の第6項は、逆数の数列の第6項 $b_6 = 3 \times 6 - 1 = 17$ の逆数なので

$$a_6 = \frac{1}{17}。$$

逆数の数列の公差は 3、もとの数列の第6項は $\frac{1}{17}$

応5

連立+和の最大（総合）

ある等差数列で $a_5 = 7, a_{10} = -8$ のとき、この数列の初項から第 n 項までの和が最大になるときの n と、その最大値を求めよ。

$n =$ 7 最大値 70

まず公差と初項を求める。

$$d = \frac{a_{10} - a_5}{10 - 5} = \frac{-8 - 7}{5} = -3$$

$$a_1 = a_5 - 4d = 7 - 4 \times (-3) = 7 + 12 = 19$$

$$a_n = 19 + (n - 1) \times (-3) = 22 - 3n$$

$a_n \geq 0$ を解くと $22 - 3n \geq 0$ より $n \leq \frac{22}{3} = 7.33\dots$ 。 n は自然数なので $n = 7$
($a_7 = 1$ は正、 $a_8 = -2$ は負)。

$$S_7 = \frac{7\{2 \times 19 + 6 \times (-3)\}}{2} = \frac{7(38 - 18)}{2} = \frac{7 \times 20}{2} = 70$$

$n = 7$ のとき最大値 70

