

二項分布・正規分布

問題プリント（全28問）

氏名 _____

得点 /28点

DRILL

練習問題（全19問）

基本（1～7）

1 二項分布の期待値

当たる確率が $\frac{1}{3}$ のくじを独立に9回引くとき、当たった回数を X とする。期待値 $E(X)$ を求めよ。

$$E(X) = \boxed{}$$

2 二項分布の分散

問1と同じ X ($B(9, \frac{1}{3})$) について、分散 $V(X)$ を求めよ。

$$V(X) = \boxed{}$$

3 二項分布の期待値・分散

ある製品の不良品が出る確率は 0.2 である。この製品を独立に50個検査するとき、不良品の個数を X とする。期待値 $E(X)$ と分散 $V(X)$ を求めよ。

$$E(X) = \boxed{} \quad V(X) = \boxed{}$$

4 標準化の基本

$X \sim N(70, 6^2)$ のとき、 $X = 79$ を標準化した値 Z を求めよ。

$$Z = \boxed{}$$

5 正規分布表の基本的読み方

$X \sim N(70, 6^2)$ のとき、 $P(70 \leq X \leq 73)$ を求めよ。

$$P(70 \leq X \leq 73) = \boxed{}$$

6 片側の確率（0.5から表の値を引く）

$X \sim N(100, 15^2)$ のとき、 $P(X \geq 130)$ を求めよ。

$$P(X \geq 130) = \boxed{}$$

7 正規分布の面積の対称性(平均で二等分)

確率変数 X が正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従うとき、そのグラフとx軸で囲まれた部分の面積の総和は1になる。正規分布のグラフは直線 $x = \mu$ に関して左右対称であることを用いて、 $P(X \leq \mu)$ と $P(X \geq \mu)$ の値をそれぞれ求めよ。

$$P(X \leq \mu) = \boxed{} \quad P(X \geq \mu) = \boxed{}$$

標準（8～14）

8 $X \sim B(25, 0.2)$ のとき、 $E(X)$ 、 $V(X)$ 、 $\sigma(X)$ をそれぞれ求めよ。

$$E(X) = \boxed{} \quad V(X) = \boxed{} \\ \sigma(X) = \boxed{}$$

- 9 成功確率 $p = 0.3$ の試行を独立に n 回くり返す。成功回数を X とするとき、 $E(X) = 12$ であった。 n の値と、そのときの分散 $V(X)$ を求めよ。

$$n = \text{ } \quad V(X) = \text{ }$$

- 10 $X \sim N(50, 4^2)$ のとき、 $P(42 \leq X \leq 54)$ を求めよ。

$$P(42 \leq X \leq 54) = \text{ }$$

- 11 $X \sim N(80, 10^2)$ のとき、 $P(70 \leq X \leq 105)$ を求めよ。

$$P(70 \leq X \leq 105) = \text{ }$$

- 12 $X \sim N(30, 5^2)$ のとき、 $P(35 \leq X \leq 42.5)$ を求めよ。

$$P(35 \leq X \leq 42.5) = \text{ }$$

- 13 1枚の硬貨を独立に64回投げるとき、表の出る回数を X とする。 X を正規分布で近似するときの平均 μ と標準偏差 σ を求めよ。

$$\mu = \text{ } \quad \sigma = \text{ }$$

- 14 異符号区間 $P(-a \leq Z \leq b)$ を境界0で分割して $p(z1) + p(z2)$ で求める

ある工場で製造される製品1個の重さ X は、正規分布 $N(80, 5^2)$ に従うという。重さが75g以上88g以下である製品の確率 $P(75 \leq X \leq 88)$ を求めよ。ただし、正規分布表の値 $p(1.00) = 0.3413$ 、 $p(1.60) = 0.4452$ を用いてよい。

$$P(75 \leq X \leq 88) = \text{ }$$

挑戦 (15~21)

- 15 問13の続き

問13の X (硬貨を64回投げたときの表の回数) について、正規近似を使って $P(24 \leq X \leq 44)$ を求めよ。

$$P(24 \leq X \leq 44) = \text{ }$$

- 16 偏差値のもとになる考え方

ある試験の得点 X は正規分布 $N(65, 10^2)$ に従うとする。得点90点以上の受験者は、全体の上位何%にあたるか。小数第2位まで、%の数値のみ入力せよ。

$$\text{上位 } \text{ } \%$$

- 17 二項分布の正規近似 (不良品の検査)

ある工場で作られる製品の不良品が出る確率は0.1であることがわかっている。この製品を独立に400個検査するとき、不良品の個数を X とする。 X を正規分布で近似して、 $P(28 \leq X \leq 52)$ を求めよ。

$$P(28 \leq X \leq 52) = \text{ }$$

- 18 合格率と不合格率

ある試験の得点 X は正規分布 $N(60, 12^2)$ に従うとする。合格ラインを72点に設定するとき、合格者の割合と不合格者の割合はそれぞれ全体の何%か。小数第2位まで、%の数値のみ入力せよ。

$$\text{合格 } \text{ } \% \quad \text{不合格 } \text{ } \%$$

- 19 二項分布の直接計算 (公式 $P(X = k)$ を使う)

1枚の硬貨を5回投げるとき、ちょうど3回表が出る確率を求めよ。

$$\text{確率 } \text{ }$$

- 20 二項分布の直接計算 (p が1/2でない場合)

当たる確率が $\frac{1}{4}$ のくじを独立に3回引くとき、ちょうど2回当たる確率を求めよ。

$$\text{確率 } \text{ }$$

- 21 正規分布の逆問題 (上位%から x を逆算)

ある試験の得点 X は正規分布 $N(60, 10^2)$ に従うとする。得点が上位6.68%に入るための最低点を求めよ (STEP3の表を使うこと)。

$$\text{最低点 } \text{ }$$

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。コイン投げの正規近似と、模試などでおなじみの「偏差値」の仕組みを、正規分布表を使って読み解こう。

応1

コインを400回投げる正規近似

1枚の公正な硬貨（表と裏が出る確率がそれぞれ $\frac{1}{2}$ ）を独立に400回投げるとき、表の出る回数を X とする。 X を正規分布で近似するときの平均 μ と標準偏差 σ を求めよ。

$\mu =$ $\sigma =$

応2

続き：中央68.26%の範囲

応1の X （硬貨を400回投げたときの表の回数）について、表の値から $2p(1.0) = 0.6826$ であることがわかる。この「中央68.26%」にあたる範囲は、表の回数が何回から何回までか。

回 から 回

応3

続き：極端な場合の確率

応1の X について、 $P(X \geq 230)$ を求めよ。

$P(X \geq 230) =$

応4

偏差値の計算

模試などで使われる「偏差値」は、平均を50、標準偏差を10にそろえた指標で、得点 x 、平均 m 、標準偏差 s を使って次の式で計算される。

$$\text{偏差値} = 50 + 10 \times \frac{x - m}{s}$$

ある試験の平均点が60点、標準偏差が12点であった。得点78点だった生徒の偏差値を求めよ。

偏差値

応5

偏差値の意味（上位何%か）

応4の式で偏差値を計算すると、偏差値と $Z = \frac{x - m}{s}$ の間には $\text{偏差値} = 50 + 10Z$ 、つまり $Z = \frac{\text{偏差値} - 50}{10}$ の関係がある。得点が正規分布に従うとして、偏差値70の生徒は、全体の上位何%にあたるか。小数第2位まで、%の数値のみ入力せよ。

上位 %

記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

正規分布表の読み取りパターンにおいて、 $P(X \geq \mu + z\sigma)$ を求めるとき、なぜ「0.5 から表の値 $p(z)$ を引く」という式になるのか、正規分布のグラフの面積とその左右対称性に触れながら説明せよ。

記2

ある工場で作られる部品の不良品が出る確率は0.1であることがわかっている。この部品を独立に900個検査するとき、不良品の個数を X とする。 X を正規分布で近似して、 $P(X \leq 99)$ を求めよ。
