

確率変数と確率分布

問題プリント（全26問）

氏名 _____

得点 /26点

DRILL

練習問題（全17問）

基本（1～7）

1

期待値の基本

1枚の硬貨を1回投げ、表が出たら1点、裏が出たら0点を得るとする。得点を X とするとき、期待値 $E(X)$ を求めよ。

$$E(X) = \boxed{}$$

2

期待値の基本・さいころ

1個のさいころを1回投げるとき、出る目 X の期待値 $E(X)$ を求めよ。

$$E(X) = \boxed{}$$

3

分散の基本（問2の続き）

問2の X （さいころの出る目）について、分散 $V(X)$ を求めよ。

$$V(X) = \boxed{}$$

4

確率分布表を作ってから計算

1個のさいころを1回投げ、偶数の目が出たら10点、奇数の目が出たら0点を得るとする。得点を X とするとき、期待値 $E(X)$ と分散 $V(X)$ を求めよ。

$$E(X) = \boxed{} \quad V(X) = \boxed{}$$

5

くじの期待値

10本中2本が当たり（賞金100円）、8本がはずれ（賞金0円）のくじがある。1本引いて当たった金額を X とするとき、期待値 $E(X)$ を求めよ。

$$E(X) = \boxed{}$$

6

くじの分散（問5の続き）

問5の X （くじの当たり金額）について、分散 $V(X)$ を求めよ。

$$V(X) = \boxed{}$$

7

確率の総和=1から未知定数を求める

確率変数 X の確率分布が下の表のように、定数 a を用いて表されている。 a の値を求め、期待値 $E(X)$ を求めよ。

X	0	1	2	計
P	a	$2a$	$3a$	1

$$a = \boxed{} \quad E(X) = \boxed{}$$

標準（8～13）

8

$aX+b$ の期待値

1個のさいころを1回投げて出た目を X とする。 $Y = 3X - 2$ とするとき、期待値 $E(Y)$ を求めよ。

$$E(Y) = \boxed{}$$

9

aX+b の分散 (問8の続き)

問8の $Y = 3X - 2$ について、分散 $V(Y)$ を求めよ。

$$V(Y) = \boxed{}$$

10

独立な和の期待値

2個のさいころを同時に投げるとき、出た目の和 $X + Y$ の期待値 $E(X + Y)$ を求めよ。

$$E(X + Y) = \boxed{}$$

11

独立な和の分散 (問10の続き)

問10の X, Y (2個のさいころの目、独立) について、分散 $V(X + Y)$ を求めよ。

$$V(X + Y) = \boxed{}$$

12

与えられた分布表から計算

硬貨を3枚投げて表の出た枚数を X とする。 X の確率分布は下の表の通りである。期待値 $E(X)$ を求めよ。

X	0	1	2	3	計
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

$$E(X) = \boxed{}$$

13

与えられた分布表から計算 (問12の続き)

問12の X (3枚の硬貨の表の枚数) について、分散 $V(X)$ を求めよ。

$$V(X) = \boxed{}$$

挑戦 (14~19)

14

3通りの賞金があるくじ

1等 (500円) が1本、2等 (100円) が2本、はずれ (0円) が7本、計10本のくじがある。1本引いて当たった金額を X とするとき、期待値 $E(X)$ と分散 $V(X)$ を求めよ。

$$E(X) = \boxed{} \quad V(X) =$$

$$\boxed{}$$

15

係数が負のaX+b

1個のさいころを1回投げて出た目を X とする。 $Y = -2X + 5$ とするとき、期待値 $E(Y)$ と分散 $V(Y)$ を求めよ。

$$E(Y) = \boxed{} \quad V(Y) = \boxed{}$$

16

独立な和とaS+bを組み合わせる

2個のさいころを同時に投げ、出た目の和を $S = X + Y$ (X, Y は独立) とする。 $Z = 2S - 1$ とするとき、期待値 $E(Z)$ と分散 $V(Z)$ を求めよ。

$$E(Z) = \boxed{} \quad V(Z) = \boxed{}$$

17

同じ試行を2回繰り返す (独立な和)

硬貨を1枚投げて、表が出たら3点、裏が出たら-1点を得るとする。この試行を独立に2回行い、得点の合計を T とする。期待値 $E(T)$ と分散 $V(T)$ を求めよ。(まず1回分の得点 X について $E(X), V(X)$ を求めてから考えよう)

$$E(T) = \boxed{} \quad V(T) = \boxed{}$$

18

 $V(X-Y)$ の落とし穴 (引き算にならない)

2個のさいころを同時に投げる。それぞれの出た目を X, Y (独立) とし、差を $D = X - Y$ とする。期待値 $E(D)$ と分散 $V(D)$ を求めよ。

$$E(D) = \boxed{} \quad V(D) = \boxed{}$$

くじAでは、当たり金額を表す確率変数 X が下の表のように分布し、くじBでは当たり金額を表す確率変数 Y が下の表のように分布する。
 $E(X)$ 、 $V(X)$ 、 $E(Y)$ 、 $V(Y)$ をそれぞれ求め、どちらのくじの方が賞金が安定しているといえるか答えよ。

くじA X	100	300	計
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1

くじB Y	0	200	400	計
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

$$E(X) = \boxed{} \quad V(X) = \boxed{}$$

$$E(Y) = \boxed{} \quad V(Y) = \boxed{}$$

安定しているのは $\boxed{}$

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。分布表を自分で作る問題や、公式を組み合わせる問題に挑戦しよう。

応1

分布表を自分で作る

硬貨を2枚投げて、表の出た枚数を X とする。
 確率分布表を自分で作り、期待値 $E(X)$ と分散 $V(X)$ を求めよ。

$$E(X) = \boxed{} \quad V(X) = \boxed{}$$

応2

独立な確率変数の和と積

2個のさいころを同時に投げる。それぞれの出た目を X 、 Y （独立）とするとき、和の期待値 $E(X+Y)$ と、積の期待値 $E(XY)$ をそれぞれ求めよ。

$$E(X+Y) = \boxed{} \quad E(XY) = \boxed{}$$

応3

 $aX+bY$ の形（分散の性質の活用）

2個のさいころを同時に投げ、出た目をそれぞれ X 、 Y （独立）とする。 $Z = 3X - 2Y + 4$ とするとき、期待値 $E(Z)$ と分散 $V(Z)$ を求めよ。

$$E(Z) = \boxed{} \quad V(Z) = \boxed{}$$

応4

くじを独立に2回引く（分散の性質の活用）

1等（200円）が1本、2等（50円）が3本、はずれ（0円）が6本、計10本のくじがある。1本引いて当たった金額を X とする。まず1回分の期待値 $E(X)$ と分散 $V(X)$ を求めよ。さらに、この抽選を独立に2回行うときの合計金額を T とし、 $E(T)$ 、 $V(T)$ を求めよ。

$$E(X) = \boxed{} \quad V(X) = \boxed{}$$

$$E(T) = \boxed{} \quad V(T) = \boxed{}$$

応5

逆算：条件からa,bを決める（分散の性質の活用）

1個のさいころを1回投げて出た目を X とする。 $Y = aX + b$ ($a > 0$) とするとき、 $E(Y) = 10$ 、 $V(Y) = \frac{35}{3}$ となるように a , b の値を定めよ。

$a =$ $b =$

DRILL 記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

確率変数 X, Y について、期待値の公式 $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$ は X, Y が独立でなくても常に成り立つのに対し、分散の公式 $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ は X, Y が独立でないと成り立たない。この違いが生じる理由を説明せよ。

記2

1本引くと当たりの確率が $\frac{1}{5}$ で300円もらえ、はずれると50円を支払う（−50円を得る）くじがある。この抽選を独立に3回行うときの合計金額を T とする。期待値 $E(T)$ と分散 $V(T)$ を、1回分の得点についての計算から順を追って求めよ。
