

# 統計的な推測 まとめ

問題プリント（全27問）

氏名 \_\_\_\_\_

得点 /27点

## DRILL

### まとめテスト（標準）

#### 基本（1～15）

##### 1 期待値の基本

1個のさいころを1回投げ、出た目が3の倍数なら15点、それ以外なら0点を得るとする。得点を  $X$  とするとき、期待値  $E(X)$  を求めよ。

$$E(X) = \text{_____}$$

##### 2 分散の基本（問1の続き）

問1の  $X$  について、分散  $V(X)$  を求めよ。

$$V(X) = \text{_____}$$

##### 3 $aX+b$ の公式（数値だけで練習）

確率変数  $X$  が  $E(X) = 6$ 、 $V(X) = 9$  を満たすとき、 $Y = 2X - 5$  の期待値  $E(Y)$  と分散  $V(Y)$  を求めよ。

$$E(Y) = \text{_____} \quad V(Y) = \text{_____}$$

##### 4 独立な和の公式（数値だけで練習）

独立な確率変数  $X, Y$  が  $E(X) = 4$ 、 $E(Y) = 7$ 、 $V(X) = 3$ 、 $V(Y) = 5$  を満たすとき、 $S = X + Y$  の期待値  $E(S)$  と分散  $V(S)$  を求めよ。

$$E(S) = \text{_____} \quad V(S) = \text{_____}$$

##### 5 二項分布の期待値

成功確率  $\frac{1}{4}$  の試行を独立に48回繰り返す。成功した回数を  $X$  とするとき、期待値  $E(X)$  を求めよ。

$$E(X) = \text{_____}$$

##### 6 二項分布の分散・標準偏差（問5の続き）

問5の  $X$  ( $B(48, \frac{1}{4})$ ) について、分散  $V(X)$  と標準偏差  $\sigma(X)$  を求めよ。

$$V(X) = \text{_____} \quad \sigma(X) = \text{_____}$$

##### 7 標準化の基本

$X \sim N(80, 5^2)$  のとき、 $X = 90$  を標準化した値  $Z$  を求めよ。

$$Z = \text{_____}$$

##### 8 正規分布表の基本的読み方（問7の続き）

問7の  $X \sim N(80, 5^2)$  について、 $P(80 \leq X \leq 90)$  を求めよ。

$$P(80 \leq X \leq 90) = \text{_____}$$

##### 9 正規分布表・両側対称パターン

$X \sim N(80, 5^2)$  のとき、 $P(70 \leq X \leq 90)$  を求めよ。

$$P(70 \leq X \leq 90) = \text{_____}$$

10

正規分布表・平均より先の端までのパターン

$X \sim N(80, 5^2)$  のとき、 $P(X \geq 87.5)$  を求めよ。

$$P(X \geq 87.5) = \boxed{\phantom{0.000}}$$

11

二項分布の正規近似・平均と標準偏差

1枚の硬貨を独立に144回投げるとき、表の出る回数を  $X$  とする。 $X$  を正規分布で近似するときの平均  $\mu$  と標準偏差  $\sigma$  を求めよ。

$$\mu = \boxed{\phantom{000}} \quad \sigma = \boxed{\phantom{000}}$$

12

母平均の95%信頼区間

母標準偏差18の母集団から、大きさ81の標本を抽出したところ、標本平均が140であった。母平均の95%信頼区間を求めよ。

$$\text{下限} \boxed{\phantom{000}} \quad \text{上限} \boxed{\phantom{000}}$$

13

母比率の95%信頼区間

100人にアンケートを行ったところ、50人がある提案に賛成と回答した。賛成率（母比率）の95%信頼区間を求めよ。

$$\text{下限} \boxed{\phantom{000}} \quad \text{上限} \boxed{\phantom{000}}$$

14

仮説検定・棄却できるケース

母標準偏差10の母集団について、帰無仮説  $H_0: \mu = 60$  を有意水準5%で両側検定する。大きさ25の標本の標本平均が64であったとき、検定統計量  $z$  と結論を求めよ。

$$z = \boxed{\phantom{000}} \quad \text{結論} \\ \text{(棄却できる / 棄却できない)}$$

15

仮説検定・棄却できないケース

母標準偏差9の母集団について、帰無仮説  $H_0: \mu = 40$  を有意水準5%で両側検定する。大きさ81の標本の標本平均が41であったとき、検定統計量  $z$  と結論を求めよ。

$$z = \boxed{\phantom{000}} \quad \text{結論} \\ \text{(棄却できる / 棄却できない)}$$

## 発展 (16~25)

16

分布表から計算 (3通りの当たり)

あるガチャガチャでは、大当たり (400円分のポイント) が確率0.1、中当たり (100円分) が確率0.3、はずれ (0円) が確率0.6で出るという。1回引いたときに得られるポイントを  $X$  とするとき、期待値  $E(X)$  と分散  $V(X)$  を求めよ。

$$E(X) = \boxed{\phantom{000}} \quad V(X) = \boxed{\phantom{000}}$$

17

二項分布の直接計算 (公式  $P(X = k)$  を使う)

成功確率0.4のルーレットを独立に4回行うとき、ちょうど2回成功する確率を求めよ。

$$\text{確率} \boxed{\phantom{0.000}}$$

18

正規分布表・外側から内側を引くパターン

$X \sim N(40, 6^2)$  のとき、 $P(46 \leq X \leq 55)$  を求めよ。

$$P(46 \leq X \leq 55) = \boxed{\phantom{0.000}}$$

19

正規分布の逆問題 (上位%から  $x$  を逆算)

ある試験の得点  $X$  は正規分布  $N(55, 8^2)$  に従うとする。得点が上位2.28%に入るための最低点を求めよ。

$$\text{最低点} \boxed{\phantom{000}}$$

20

信頼区間の誤差から必要な標本数を求める

母標準偏差が12と分かっている母集団について、信頼度95%の信頼区間の誤差 ( $1.96\sigma/\sqrt{n}$ ) を1.5以下にしたい。必要な標本の大きさの最小値を求めよ (小数点以下切り上げ)。

$$\text{最小の} n \boxed{\phantom{000}}$$

21

独立な確率変数の線形結合

2個のさいころを同時に投げ、出た目をそれぞれ  $X, Y$  (独立) とする。 $W = 4X - 3Y + 5$  とするとき、期待値  $E(W)$  と分散  $V(W)$  を求めよ。

$$E(W) = \boxed{\phantom{000}} \quad V(W) = \boxed{\phantom{000}}$$

22

二項分布の正規近似で確率を求める

ある工場で作られる部品の不良率は0.2であることがわかっている。この部品を独立に225個検査するとき、不良品の個数を  $X$  とする。 $X$  を正規分布で近似して、 $P(33 \leq X \leq 57)$  を求めよ。

$$P(33 \leq X \leq 57) = \boxed{\phantom{000000}}$$

23

片側検定（左側）

新しい薬を使うと回復までの日数が短くなると期待されている。従来の平均回復日数は10日（母標準偏差2.5日）であった。新しい薬を使った大きさ100の標本の標本平均が9.5日であったとき、有意水準5%で「回復日数が短くなった」と言えるか、片側検定（左側）で判断せよ。

$$z = \boxed{\phantom{000000}} \quad \text{結論}$$

（棄却できる / 棄却できない）

24

信頼区間と両側検定のつながり

母標準偏差16の母集団から大きさ64の標本をとり、母平均の95%信頼区間を求めたところ  $[46.08, 53.92]$  であった。この結果をもとに、有意水準5%で帰無仮説  $H_0: \mu = 54$  を両側検定で棄却できるかどうかを判断せよ（考え方： $\mu_0$ が信頼区間に含まれなければ棄却できる）。

結論（棄却できる / 棄却できない）

25

生データ→不偏分散→信頼区間（章内総合）

ある工場で製造された9個の製品の重さ（g）を測定したところ、次のようになった。

40, 42, 44, 46, 48, 50, 52, 54, 56

標本平均  $\bar{x}$  と不偏分散  $u^2$  を求めよ。さらに、この不偏分散の平方根  $u$  を母標準偏差の代わりに用いて、母平均の95%信頼区間を求めよ（下限・上限とも小数第2位まで）。

$$\bar{x} = \boxed{\phantom{000000}} \quad u^2 = \boxed{\phantom{000000}}$$

$$\text{下限} \boxed{\phantom{000000}} \quad \text{上限} \boxed{\phantom{000000}}$$

## DRILL 記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

母平均の信頼区間は、なぜ「標本平均  $\pm$  決まった値」という左右対称な形になるのか。標本平均の分布に関する性質（3章STEP1）と、正規分布の対称性に触れながら説明せよ。

|  |
|--|
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

記2

二項分布の期待値・分散の公式  $E(X) = np$ 、 $V(X) = np(1-p)$ （2章）は、1章で学んだ確率変数の一般公式（期待値の一般式・独立な確率変数の和の性質）から、どのようにして導かれると考えられるか説明せよ。

|  |
|--|
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

E X A M  
共通テスト形式チャレンジ

大問1 目標時間 8分/配点 20点

花子さんのクラスでは、文化祭で輪投げゲームの模擬店を出すことになった。輪が的に入る確率は毎回0.2で、1人のお客さんが25回輪投げに挑戦する。先生と花子さんは、成功回数の散らばり方をもとに景品の準備数を考えている。

先生「1人のお客さんの25回のうち、輪が入った回数を $X$ としよう。それぞれの回は独立で、入る確率はいつも0.2だね。」  
花子「じゃあ $X$ は二項分布に従いますね。まず平均と分散を求めてみます。」

- (1)  $X \sim B(25, 0.2)$  であるとして、期待値  $E(X) = \boxed{\text{ア}}$ 、分散  $V(X) = \boxed{\text{イ}}$  を求めよ。

ア  イ

- (2) 先生「1回成功するごとに、10ポイントのスタンプカードにスタンプを押してあげよう。」

25回のうち成功した回数を $X$ とし、もらえるスタンプの合計を $Y = 10X$ とすると、期待値  $E(Y) = \boxed{\text{ウエ}}$ 、分散  $V(Y) = \boxed{\text{オカキ}}$  を求めよ。

ウエ  オカキ

- (3) 先生「成功回数  $X$  が、平均から標準偏差2つ分の範囲 ( $\mu - 2\sigma$  から  $\mu + 2\sigma$  まで) に入る確率を、正規分布表を使って調べてみよう。」

この範囲は  回以上  回以下であり、正規分布表よりその確率はおよそ  % である。

ク  ケ  コサ.シス

大問2 目標時間 8分/配点 20点

ある工場で作られるチョコレートの1箱あたりの重さは、従来200g、母標準偏差5gの分布に従うとされていた。品質管理担当の太郎さんは、新しく導入した製造ラインで重さの平均が変わっていないか調べている。

太郎「新しいラインから大きさ100個の標本をとって重さを測ったら、標本平均は202gでした。」

先生「まずは母平均の95%信頼区間を求めて、どれくらいの範囲に真の平均がありそうか見てみよう。」

- (1) 母標準偏差5g、標本の大きさ100個、標本平均202gとして、母平均  $\mu$  の95%信頼区間を求めると  
アイウ.エオ  $\leq \mu \leq$  カキク.ケコ (g) である。

アイウ.エオ  カキク.ケコ

- (2) 先生「では、実際に検定してみよう。有意水準5%で、母平均が従来の200gから変化したかどうかを両側検定してみよう。」

帰無仮説  $H_0 : \mu = 200$  を有意水準5%で両側検定する。検定統計量は  $z =$  サ である。結論として正しいものを次から選び、その番号を シ に入れよ：1. 棄却できる／2. 棄却できない。

サ  シ

- (3) 先生「実は、信頼区間だけを見ても、この検定と同じ結論が判断できるんだ。」

(1)の信頼区間  $[201.02, 202.98]$  の中に、帰無仮説の値  $\mu_0 = 200$  が含まれるかどうかに着目すると、有意水準5%の両側検定で  $H_0 : \mu = 200$  についてどちらが正しいと判断できるか。次から選び、その番号を ス に入れよ：1. 棄却できる／2. 棄却できない。

ス