

# n進法

解答（全21問）

氏名 \_\_\_\_\_

得点 \_\_\_\_\_ / 21点

## DRILL

### 練習問題（全16問）

#### 基本（1～6）

1

2進法→10進法

$1101_{(2)}$  を10進法で表せ。

答え 13

位の重みは 8, 4, 2, 1。

$$1101_{(2)} = 1 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1 = 13$$

13

**2**

10進法→2進法

45 を2進法で表せ。

答え 101101

$$45 = 2 \times 22 + 1$$

$$22 = 2 \times 11 + 0$$

$$11 = 2 \times 5 + 1$$

$$5 = 2 \times 2 + 1$$

$$2 = 2 \times 1 + 0$$

$$1 = 2 \times 0 + 1$$

余りを下から上へ読むと 1, 0, 1, 1, 0, 1。

101101

**3**

5進法→10進法

$2034_{(5)}$  を10進法で表せ。

答え 269

位の重みは 125, 25, 5, 1。

$$2034_{(5)} = 2 \times 125 + 0 \times 25 + 3 \times 5 + 4 \times 1 = 250 + 0 + 15 + 4$$

269

4

10進法→5進法

100 を5進法で表せ。

答え 400

$$100 = 5 \times 20 + 0$$

$$20 = 5 \times 4 + 0$$

$$4 = 5 \times 0 + 4$$

余りを下から上へ読むと 4, 0, 0。

400

5

3進法→10進法

$212_{(3)}$  を10進法で表せ。

答え 23

位の重みは 9, 3, 1。

$$212_{(3)} = 2 \times 9 + 1 \times 3 + 2 \times 1 = 18 + 3 + 2$$

23

6

10進法→3進法

23 を3進法で表せ。

答え 212

$$23 = 3 \times 7 + 2$$

$$7 = 3 \times 2 + 1$$

$$2 = 3 \times 0 + 2$$

余りを下から上へ読むと 2, 1, 2。

212

## 標準 (7~13)

7

2進法→10進法 (桁数が多い)

$1010101_{(2)}$  を10進法で表せ。

答え 85

位の重みは左から 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1。

$$1010101_{(2)} = 1 \times 64 + 0 \times 32 + 1 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1 = 64 + 16 + 4 + 1$$

85

8

10進法→2進法 (8桁になる)

200 を2進法で表せ。

答え 11001000

$$200 = 2 \times 100 + 0$$

$$100 = 2 \times 50 + 0$$

$$50 = 2 \times 25 + 0$$

$$25 = 2 \times 12 + 1$$

$$12 = 2 \times 6 + 0$$

$$6 = 2 \times 3 + 0$$

$$3 = 2 \times 1 + 1$$

$$1 = 2 \times 0 + 1$$

余りを下から上へ読むと 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0。

11001000

9

5進法→10進法

$3421_{(5)}$  を10進法で表せ。

答え 486

位の重みは 125, 25, 5, 1。

$$3421_{(5)} = 3 \times 125 + 4 \times 25 + 2 \times 5 + 1 \times 1 = 375 + 100 + 10 + 1$$

486

10

10進法→6進法

100 を6進法で表せ。

答え 244

$$100 = 6 \times 16 + 4$$

$$16 = 6 \times 2 + 4$$

$$2 = 6 \times 0 + 2$$

余りを下から上へ読むと 2, 4, 4。

244

11

7進法→10進法

$432_{(7)}$  を10進法で表せ。

答え 219

位の重みは 49, 7, 1。

$$432_{(7)} = 4 \times 49 + 3 \times 7 + 2 \times 1 = 196 + 21 + 2$$

219

12

10進法→4進法

250 を4進法で表せ。

答え 3322

$$250 = 4 \times 62 + 2$$

$$62 = 4 \times 15 + 2$$

$$15 = 4 \times 3 + 3$$

$$3 = 4 \times 0 + 3$$

余りを下から上へ読むと 3, 3, 2, 2。

3322

13

8進法→10進法

$777_{(8)}$  を10進法で表せ。

答え 511

位の重みは 64, 8, 1。

$$777_{(8)} = 7 \times 64 + 7 \times 8 + 7 \times 1 = 448 + 56 + 7$$

( $777_{(8)}$ は8進法の各桁が最大の数字7で並んでいるので、 $8^3 - 1 = 511$ にちょうど一致する。)

511

## 挑戦 (14~16)

14

n進法の小数→10進法

$0.101_{(2)}$  を10進法の小数で表せ。

答え 0.625

小数第1位から重みは 0.5, 0.25, 0.125。

$$0.101_{(2)} = 1 \times 0.5 + 0 \times 0.25 + 1 \times 0.125 = 0.5 + 0 + 0.125$$

0.625

15

10進法の小数→n進法の小数

0.75 を2進法の小数で表せ。

答え 0.11

$$0.75 \times 2 = 1.5 \rightarrow \text{整数部分1、残り0.5}$$

$$0.5 \times 2 = 1.0 \rightarrow \text{整数部分1、残り0 (終わり)}$$

整数部分を上から順に並べると 1, 1。

$0.11_{(2)}$

16

桁数条件 (範囲を求める)

10進法の整数 $N$ を2進法で表すと、ちょうど6桁になるという。 $N$ としてありうる値の最小値と最大値を求めよ。

最小値 32    最大値 63

ちょうど6桁になる条件は  $2^5 \leq N \leq 2^6 - 1$ 。

$$2^5 = 32, 2^6 - 1 = 63$$

最小値 32、最大値 63

## DRILL

### 応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。n進法の考え方を、方程式・ゲーム・循環小数へと広げてみよう。

#### 応1

n進法の方程式（桁を入れ替える）

0でない1桁の整数 $a, b$  ( $a \neq b$ ) について、7進法で $ab_{(7)}$ と表される数の桁を入れ替えて5進法で $ba_{(5)}$ と表すと、同じ値になるという。 $a, b$ を求めよ。

$$a = \underline{2} \quad b = \underline{3}$$

桁の範囲をまず確認する。 $ab_{(7)}$ の最上位の桁 $a$ は7進法の数字なので $1 \leq a \leq 6$ 、末尾の桁 $b$ は $0 \leq b \leq 6$ 。

$ba_{(5)}$ の最上位の桁 $b$ は5進法の数字として $1 \leq b \leq 4$ 、末尾の桁 $a$ は $0 \leq a \leq 4$ 。

両方の条件をあわせると  $1 \leq a \leq 4$ 、 $1 \leq b \leq 4$ 。

値を比較する式を作る。 $ab_{(7)} = 7a + b$ 、 $ba_{(5)} = 5b + a$ 。これらが等しいので

$$7a + b = 5b + a$$

$$6a = 4b$$

$$3a = 2b$$

$b$ が整数になるには $a$ が偶数でなければならない。 $1 \leq a \leq 4$ の偶数は $a = 2$ と $a = 4$ 。

$$a = 2 \text{ のとき } b = \frac{3 \times 2}{2} = 3 \text{ (範囲1~4を満たす、OK)}$$

$$a = 4 \text{ のとき } b = \frac{3 \times 4}{2} = 6 \text{ (範囲1~4を超えるので不適)}$$

よって $a = 2$ 、 $b = 3$ のみが条件を満たす。

(検算： $ab_{(7)} = 23_{(7)} = 2 \times 7 + 3 = 17$ 、 $ba_{(5)} = 32_{(5)} = 3 \times 5 + 2 = 17$ 。一致する。)

$$a = 2, b = 3$$

上皿てんびんがあり、分銅は片方の皿にだけ載せて重さを量る（分銅は自由に組み合わせでよい）。1kgから15kgまでのすべての整数の重さを量れるようにしたい。用意する分銅の個数を最も少なくするには、何kgの分銅をそれぞれ何個ずつ用意すればよいか。また、そのときの分銅の個数と重さの合計を求めよ。

分銅の個数 4 個 重さの合計 15 kg

分銅の重さを  $1, 2, 4, 8, \dots$  と2の累乗にすると、それぞれの分銅を「使う・使わない」の2通りで選ぶことになる。これはちょうど2進法の各桁が0か1かを選ぶことと同じなので、 $k$ 個の分銅  $1, 2, 4, \dots, 2^{k-1}$  を使えば、1から  $2^k - 1$  までのすべての整数がちょうど1通りの組み合わせで作れる（作りたい重さを2進法で表し、1が立っている桁の分銅を選べばよい）。

1kgから15kgまで量りたいので、 $2^k - 1 = 15$  より  $k = 4$ 。よって分銅は1, 2, 4, 8kgの4個を1個ずつ用意すればよい。

これより少ない3個の分銅では、作れる重さの組み合わせは最大でも  $2^3 - 1 = 7$  通りしかなく、15kgまでは量れない。よって4個が最少個数。

重さの合計は  $1 + 2 + 4 + 8 = 15\text{kg}$ 。

**1, 2, 4, 8kgの分銅を1個ずつ、合計4個・15kg**

応3

循環する小数

分数  $\frac{1}{3}$  を2進法の小数で表すと循環小数になる。その循環節（くり返される数字の並び）の長さと、くり返される数字の並びを求めよ。

循環節の長さ 2    くり返される数字の並び 01

小数部分に2を掛けて整数部分を取り出す操作をくり返す。

$$\frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3} = 0.666\ldots \rightarrow \text{整数部分0、残り}\frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3} = 1.333\ldots \rightarrow \text{整数部分1、残り}\frac{1}{3}$$

残りが最初の  $\frac{1}{3}$  に戻ったので、ここから先はまったく同じ計算が無限にくり返される。つまり整数部分は  $0, 1, 0, 1, 0, 1, \ldots$  と「0, 1」を単位にくり返す循環小数になる。

循環節の長さ2、くり返される数字の並びは「01」 ( $\frac{1}{3} = 0.\overline{01}_{(2)}$ )

応4

2つの桁数条件を同時に満たす範囲

10進法の整数  $N$  を2進法で表すとちょうど7桁になり、3進法で表すとちょうど4桁になるという。このような  $N$  の最小値・最大値と、あてはまる  $N$  の個数を求めよ。

最小値 64    最大値 80    個数 17

それぞれの条件を桁数の公式  $n^{k-1} \leq N \leq n^k - 1$  にあてはめる。

2進法で7桁:  $2^6 \leq N \leq 2^7 - 1$     すなわち  $64 \leq N \leq 127$

3進法で4桁:  $3^3 \leq N \leq 3^4 - 1$     すなわち  $27 \leq N \leq 80$

両方を同時に満たすのは、2つの範囲の共通部分。下限は大きい方の64、上限は小さい方の80を取るので

$$64 \leq N \leq 80$$

この範囲に含まれる整数の個数は  $80 - 64 + 1 = 17$  個。

最小値64、最大値80、個数17個

ある自然数を $n$ 進法で表すと $52_{(n)}$ となり、これを10進法で表すと42であるという。 $n$ を求めよ。

$$n = \underline{8}$$

$52_{(n)}$ を10進法の式にすると  $5n + 2$ 。これが42に等しいので

$$5n + 2 = 42$$

$$5n = 40$$

$$n = 8$$

なお、 $52_{(n)}$ には数字5が使われているので、 $n$ は5より大きい整数でなければならない ( $n \geq 6$ )。  $n = 8$ はこの条件を満たすので適する。

$$n = 8$$