

不定方程式

問題プリント（全25問）

氏名 _____

得点 _____ / 25点

DRILL

練習問題（全16問）

基本（1～8）

1 ax+by=0型

$2x + 3y = 0$ を満たす整数 x, y を、 $x = \text{ア}$
 $k, y = \text{イ} k$ (k は整数) の形で表せ。ただし、
アは正の数とする。

ア イ

2 ax+by=0型

$3x + 7y = 0$ を満たす整数 x, y を、 $x = \text{ア}$
 $k, y = \text{イ} k$ (k は整数) の形で表せ。ただし、
アは正の数とする。

ア イ

3 特殊解を目で探す

$2x + 3y = 1$ について、 $0 \leq x_0 < 3$ の範囲に
ある特殊解 (x_0, y_0) を求めよ。($x = 0, 1, 2$ を
順に代入して探すとよい)

$x_0 =$ $y_0 =$

4 特殊解を目で探す

$5x + 2y = 1$ について、 $0 \leq x_0 < 2$ の範囲に
ある特殊解 (x_0, y_0) を求めよ。

$x_0 =$ $y_0 =$

5 特殊解から一般解へ

$3x + 2y = 1$ の特殊解の1つは $x_0 = 1, y_0 =$
 -1 である ($3 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) = 1$ を確認せ
よ)。整数解全体を $x = 1 + \text{ア} k, y = -1 - \text{イ} k$
(k は整数) の形で表すとき、ア、イを求めよ。

ア イ

6 特殊解から一般解へ

$2x + 5y = 3$ の特殊解の1つは $x_0 = 4, y_0 =$
 -1 である ($2 \cdot 4 + 5 \cdot (-1) = 3$ を確認せ
よ)。整数解全体を $x = 4 + \text{ア} k, y = -1 - \text{イ} k$
(k は整数) の形で表すとき、ア、イを求めよ。

ア イ

7 一般解から組数を数える

$3x + 2y = 1$ の整数解は $x = 1 + 2k, y =$
 $-1 - 3k$ (k は整数) と表される。このうち
 $1 \leq x \leq 19$ を満たす整数の組 (x, y) は何組あ
るか。

組数

8 存在判定型 (gcdで非存在を示す)

$15x + 21y = 8$ を満たす整数 x, y は存在する
か調べたい。 $d = \text{gcd}(15, 21)$ を求め、 d が 8
を割り切るかどうかで判定せよ。

$d =$ 判定

標準 (9~15)

- 9 $5x + 3y = 2$ の整数解全体を $x = x_0 + \text{ア}$
 k , $y = y_0 - \text{イ}k$ (k は整数) の形で表したい。
 $0 \leq x_0 < 3$ の範囲で特殊解 (x_0, y_0) を求め、
 続けてア、イを求めよ。

$x_0 =$ $y_0 =$ ア
 イ

- 10 $4x + 7y = -1$ の整数解全体を $x = x_0 + \text{ア}$
 k , $y = y_0 - \text{イ}k$ (k は整数) の形で表したい。
 $0 \leq x_0 < 7$ の範囲で特殊解 (x_0, y_0) を求め、
 続けてア、イを求めよ。

$x_0 =$ $y_0 =$ ア
 イ

- 11 $2x + 5y = 3$ の整数解は $x = 4 + 5k$, $y = -1 - 2k$ (k は整数) と表される。このうち
 $-10 \leq x \leq 30$ を満たす整数の組 (x, y) は何組
 あるか。

組数

- 12 $3x + 4y = 41$ を満たす正の整数の組 (x, y) は
 何組あるか。

組数

- 13 $4x + 6y = 7$ を満たす整数 x, y は存在するか。
 存在すれば1、存在しなければ0を入力せよ。(ヒ
 ント: 4と6の最大公約数に注目)

答え

- 14 $5x + 7y = 3$ の整数解全体を $x = x_0 + \text{ア}$
 k , $y = y_0 - \text{イ}k$ (k は整数) の形で表したい。
 $0 \leq x_0 < 7$ の範囲で特殊解 (x_0, y_0) を求め、
 続けてア、イを求めよ。

$x_0 =$ $y_0 =$ ア
 イ

15 1次合同方程式

合同式 $7x \equiv 3 \pmod{10}$ を満たす整数 x を、
 $0 \leq x < 10$ の範囲ですべて求めたい。この合同
 式を不定方程式 $7x + 10y = 3$ に読み替えて解
 け。

$x =$

挑戦 (16~18)

16 文章題: 代金の組み合わせ

1本120円のボールペンと1本200円のマーカー
 を、あわせて何本か買って代金の合計をちょうど
 2000円にしたい。買い方は何通りあるか。ただ
 し、どちらも1本以上買うものとする。

通り数

17 文章題: 個数の組を全部求める

1個80円の消しゴムと1個50円のえんぴつを、あ
 わせて何個か買ったところ、代金の合計がちょう
 ど730円になった。消しゴムの個数として考えら
 れる値をすべて、コンマ区切りで小さい順に答え
 よ。また、組み合わせは何通りあるか。ただし、
 どちらも1個以上買うものとする。

消しゴムの個数 組み合わせの数

18 互除法を使って一般解を求める

$7x + 11y = 1$ の整数解全体を、ユークリッドの
 互除法を利用して $x = x_0 + \text{ア}k$, $y = y_0 - \text{イ}k$ (k
 は整数) の形で求めよ。ただし $0 \leq x_0 < 11$
 とする。

$x_0 =$ $y_0 =$ ア
 イ

DRILL

応用問題 (プリント限定)

ここから先はPDF限定の腕試し。3変数への拡張、因数分解を使う不定方程式、本格的な文章題に挑戦しよう。

応1 3変数への拡張

$x + 2y + 3z = 11$ を満たす正の整数の組 (x, y, z) は何組あるか。 $(z$ の値で場合分けして、 $x + 2y =$ の形の2変数の式に帰着させるとよい)

組数

応2 因数分解型の不定方程式

$xy = x + y + 3$ を満たす正の整数の組 (x, y) は何組あるか。また、 $x = y$ となる組では x はいくつか。

組数 $x = y$ のときの x

応3 文章題の本格版：条件つきで最小を探す

ある遊園地の入園料は、おとな1人1200円、こども1人700円である。ある日、おとなとこどもがあわせて何人か入園し、入園料の合計がちょうど33800円になった。おとなの人数がこどもの人数より多くなるような入園者の組み合わせのうち、おとなの人数が最も少ないものを求めよ。

おとな 人 こども 人

応4 文章題：組み合わせをすべて求める

50円切手と80円切手を組み合わせて、ちょうど990円分にしたい。買い方は何通りあるか。また、80円切手の枚数として考えられる値を、コマ区切りで小さい順に答えよ。ただし、どちらも1枚以上使うものとする。

通り数 80円切手の枚数

応5 文章題：一方を最大にする

1個150円のりんごと1個90円のみかんを、予算3000円ちょうどで買いたい。りんごの個数をできるだけ多くしたいとき、りんごとみかんはそれぞれ何個か。ただし、どちらも1個以上買うものとする。

りんご 個 みかん 個

DRILL
記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1 a, b が互いに素であるとき、 $ax + by = c$ の整数解全体が、特殊解 (x_0, y_0) を1つ使って $x = x_0 + bk, y = y_0 - ak$ (k は整数) とすべて表せる理由を説明せよ。

記2

1個120円のりんごと1個80円のかきを、あわせて何個か買って代金の合計をちょうど1000円にしたい。買い方は何通りあるか。ただし、どちらも1個以上買うものとする。
