

数学と人間の活動（整数） まとめ

解答（全27問）

氏名 _____

得点 _____ / 27点

DRILL

まとめテスト（標準）

基本（1～15）

1

倍数の判定法

2916 は 2, 3, 4, 8, 9 のうちどの数の倍数か。あてはまるものをすべて、小さい順にコンマ区切りで答えよ。

倍数 2,3,4,9

各位の和 $2 + 9 + 1 + 6 = 18$ 、18 は 9 の倍数なので 9 の倍数（よって3の倍数でもある）。

一の位は 6（偶数）→ 2 の倍数。下2桁 $16 = 4 \times 4$ → 4 の倍数。下3桁 916 は 8 で割ると 114.5 で割り切れず → 8 の倍数ではない。

2916 は 2, 3, 4, 9 の倍数（8 の倍数ではない）

2

素因数分解（指数を求める）

$588 = 2^{\text{ア}} \times 3^{\text{イ}} \times 7^{\text{ウ}}$ となるように、ア・イ・ウに当てはまる指数を求めよ。

ア 2 イ 1 ウ 2

$588 \div 2 = 294$ 、 $294 \div 2 = 147$ （ここで2割り終了、147は奇数）

$147 \div 3 = 49$ （49は3で割れないのでここで3割り終了）

$49 = 7 \times 7$

$588 = 2^2 \times 3^1 \times 7^2$ （ア= 2、イ= 1、ウ= 2）

3

約数の個数

196 の正の約数の個数を求めよ。

個数 9

$196 = 2^2 \times 7^2$

約数の個数は $(2 + 1)(2 + 1) = 3 \times 3 = 9$

約数の個数は 9個

4

約数の総和

100 の正の約数の総和を求めよ。

総和 217

$100 = 2^2 \times 5^2$

約数の総和は $(1 + 2 + 4)(1 + 5 + 25) = 7 \times 31 = 217$

約数の総和は 217

5

平方数にする最小の数

50 に何をかければ平方数になるか、最小の自然数を求めよ。

最小の数 2

$50 = 2 \times 5^2$ 。5の指数は偶数だが、2の指数1は奇数。

2をもう1個かければ $2^2 \times 5^2 = (2 \times 5)^2 = 10^2 = 100$ になる。

最小の数は 2 ($50 \times 2 = 100 = 10^2$)

6

素因数分解からgcd・lcm

48 と 180 の最大公約数・最小公倍数を求めよ。

最大公約数 12 最小公倍数 720

$$48 = 2^4 \times 3 \quad 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$\text{gcd} = 2^2 \times 3 = 12 \quad \text{lcm} = 2^4 \times 3^2 \times 5 = 720$$

最大公約数 12、最小公倍数 720

7

 $a \times b = \text{gcd} \times \text{lcm}$ の関係を利用

24 と b の最大公約数は 8、最小公倍数は 96 であるという。 b を求めよ。

$b =$ 32

$$24 \times b = \text{gcd}(24, b) \times \text{lcm}(24, b) = 8 \times 96 = 768$$

$$b = 768 \div 24 = 32$$

(検算： $24 = 2^3 \times 3$ 、 $32 = 2^5$ より $\text{gcd} = 2^3 = 8$ 、 $\text{lcm} = 2^5 \times 3 = 96$ 。どちらも一致。)

$$b = 32$$

8

互除法

133 と 56 の最大公約数を互除法で求めよ。

最大公約数 7

$$133 = 56 \times 2 + 21$$

$$56 = 21 \times 2 + 14$$

$$21 = 14 \times 1 + 7$$

$$14 = 7 \times 2 + 0 \rightarrow \text{余りが } 0 \text{ になった。}$$

最大公約数は 7

9

既約分数にする

gcd の考え方を使って、分数 $\frac{84}{126}$ を既約分数にせよ。

既約分数 $\frac{2}{3}$

$$84 = 2^2 \times 3 \times 7, 126 = 2 \times 3^2 \times 7 \text{ より } \gcd(84, 126) = 2 \times 3 \times 7 = 42.$$

$$\text{分子・分母を } 42 \text{ で割ると } \frac{84 \div 42}{126 \div 42} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3}$$

10

 $ax + by = 0$ 型

$5x + 8y = 0$ を満たす整数 x, y を、 $x = \text{ア} k, y = \text{イ} k$ (k は整数) の形で表せ。ただし、アは正の数とする。

ア 8 イ -5

5 と 8 は互いに素。公式 $x = bk, y = -ak$ より $a = 5, b = 8$ を代入する。

ア = 8、イ = -5

11

特殊解を目で探す

$4x + 3y = 1$ について、 $0 \leq x_0 < 3$ の範囲にある特殊解 (x_0, y_0) を求めよ。

$$x_0 = \underline{1} \quad y_0 = \underline{-1}$$

$x = 0 : 3y = 1$ 整数にならない。 $x = 1 : 4 + 3y = 1 \rightarrow 3y = -3 \rightarrow y = -1$ 整数になった。

$$x_0 = 1, y_0 = -1$$

12

特殊解から一般解へ

$3x + 7y = 2$ の特殊解の1つは $x_0 = 3, y_0 = -1$ である ($3 \cdot 3 + 7 \cdot (-1) = 2$ を確認せよ)。整数解全体を $x = 3 + \text{ア}k, y = -1 - \text{イ}k$ (k は整数) の形で表すとき、ア、イを求めよ。

$$\text{ア} \underline{7} \quad \text{イ} \underline{3}$$

公式 $x = x_0 + bk, y = y_0 - ak$ で $a = 3, b = 7$ を代入する。

$$\text{ア} = 7, \text{イ} = 3$$

13

2進法→10進法

$110101_{(2)}$ を10進法で表せ。

$$\text{答え} \underline{53}$$

位の重みは左から 32, 16, 8, 4, 2, 1。

$$110101_{(2)} = 1 \times 32 + 1 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1 = 32 + 16 + 4 + 1$$

$$53$$

14

10進法→4進法

150 を4進法で表せ。

答え 2112

$$150 = 4 \times 37 + 2$$

$$37 = 4 \times 9 + 1$$

$$9 = 4 \times 2 + 1$$

$$2 = 4 \times 0 + 2$$

余りを下から上へ読むと 2, 1, 1, 2。

2112

15

桁数条件（範囲を求める）

10進法の整数 N を3進法で表すと、ちょうど5桁になるという。 N の範囲を求めよ。

最小値 81 最大値 242

$k = 5$ 、 $n = 3$ として $n^{k-1} \leq N \leq n^k - 1$ に代入する。

$$3^4 \leq N \leq 3^5 - 1$$

$$81 \leq N \leq 242$$

16

約数の個数からNを逆算

正の約数の個数がちょうど 10 個であるような自然数のうち、最小のものを求めよ。

最小の自然数 48

約数の個数の公式から、 $10 = (a+1)(b+1)\cdots$ となる分解を考える。

$10 = 2 \times 5$ と分解すると、指数の組は $(a, b) = (4, 1)$ または $(1, 4)$ 。

Nを最小にするには、指数が大きいほうを小さい素数に割り当てる： $2^4 \times 3^1 = 16 \times 3 = 48$ (逆に $2^1 \times 3^4 = 2 \times 81 = 162$ より小さい)。

$10 = 10 \times 1$ (1個の素因数だけ) なら $2^9 = 512$ となり、はるかに大きい。

最小の自然数は 48 ($48 = 2^4 \times 3$ 、約数の個数 $(4+1)(1+1) = 10$)

17

総和の公式を偶奇に分けて使う

50 の正の約数の総和を求めよ。また、その中で奇数である約数だけの総和を求めよ。

総和 93 奇数の約数の総和 31

$$50 = 2 \times 5^2$$

$$\text{約数の総和は } (1+2)(1+5+25) = 3 \times 31 = 93$$

奇数の約数だけを集めるということは、「2を1個も使わない」約数だけを集めるということ。これは2側の項を1 ($=2^0$) だけに固定した場合にあたるので、 $(1)(1+5+25) = 31$ 。

総和は 93、奇数の約数だけの総和は 31 (実際の奇数の約数は1, 5, 25)

1517 と 943 の最大公約数を互除法で求めよ。

最大公約数 41

$$1517 = 943 \times 1 + 574$$

$$943 = 574 \times 1 + 369$$

$$574 = 369 \times 1 + 205$$

$$369 = 205 \times 1 + 164$$

$$205 = 164 \times 1 + 41$$

$$164 = 41 \times 4 + 0 \rightarrow \text{余りが } 0 \text{ になった。}$$

(検算： $1517 = 41 \times 37$ 、 $943 = 41 \times 23$ 。素因数分解で見つけるのは大変だが、互除法なら機械的に求まる。)

最大公約数は 41

2つの自然数 a, b ($a < b$) の最大公約数が 9、最小公倍数が 270 であり、 $a + b = 99$ であるという。 a, b を求めよ。

$$a = \underline{45} \quad b = \underline{54}$$

$\gcd(a, b) = 9$ より $a = 9p, b = 9q$ (p, q は互いに素、 $p < q$) とおける。

$\text{lcm}(a, b) = 9pq = 270$ より $pq = 30$ 。

$pq = 30$ かつ $\gcd(p, q) = 1$ となる組 ($p < q$) は $(1, 30)$ 、 $(2, 15)$ 、 $(3, 10)$ 、 $(5, 6)$ の4通り。

それぞれ $p + q$ は 31, 17, 13, 11。条件 $a + b = 9(p + q) = 99$ より $p + q = 11$ を満たすのは $(5, 6)$ だけ。

これより $a = 9 \times 5 = 45, b = 9 \times 6 = 54$ 。

(検算： $45 = 3^2 \times 5$ 、 $54 = 2 \times 3^3$ より $\gcd = 3^2 = 9$ 、 $\text{lcm} = 2 \times 3^3 \times 5 = 270$ 。どちらも条件と一致。)

$$a = 45, b = 54$$

1本70円のえんぴつと1本50円の消しゴムを、あわせて何個か買って代金の合計をちょうど1000円にしたい。買い方は何通りあるか。ただし、どちらも1個以上買うものとする。

通り数 2

えんぴつ x 本、消しゴム y 個とすると $70x + 50y = 1000$ 。両辺を10で割って $7x + 5y = 100$ 。

$x = 0 : 5y = 100 \rightarrow y = 20$ 。これが特殊解 $(x_0, y_0) = (0, 20)$ 。

一般解は $x = 0 + 5k = 5k$, $y = 20 - 7k$ (k は整数)。

$$x \geq 1 : 5k \geq 1 \rightarrow k \geq 1$$

$$y \geq 1 : 20 - 7k \geq 1 \rightarrow k \leq \frac{19}{7} = 2.71\dots \rightarrow k \leq 2$$

よって $k = 1, 2$ の2通り。それぞれ $(x, y) = (5, 13), (10, 6)$ 。

買い方は2通り：(えんぴつ5本・消しゴム13個)、(10本・6個)

10進法の整数 N を3進法で表すとちょうど4桁になり、5進法で表すとちょうど3桁になるという。このような N の最小値・最大値と、あてはまる N の個数を求めよ。

最小値 27 最大値 80 個数 54

それぞれの条件を桁数の公式 $n^{k-1} \leq N \leq n^k - 1$ にあてはめる。

3進法で4桁： $3^3 \leq N \leq 3^4 - 1$ すなわち $27 \leq N \leq 80$

5進法で3桁： $5^2 \leq N \leq 5^3 - 1$ すなわち $25 \leq N \leq 124$

両方を同時に満たすのは、2つの範囲の共通部分。下限は大きい方の27、上限は小さい方の80を取るので

$$27 \leq N \leq 80$$

この範囲に含まれる整数の個数は $80 - 27 + 1 = 54$ 個。

最小値27、最大値80、個数54個

0でない1桁の整数 a, b ($a \neq b$) について、9進法で $ab_{(9)}$ と表される数の桁を入れ替えて7進法で $ba_{(7)}$ と表すと、同じ値になるという。 a, b を求めよ。

$$a = \underline{3} \quad b = \underline{4}$$

桁の範囲をまず確認する。 $ab_{(9)}$ の最上位の桁 a は9進法の数字なので $1 \leq a \leq 8$ 、末尾の桁 b は $0 \leq b \leq 8$ 。

$ba_{(7)}$ の最上位の桁 b は7進法の数字として $1 \leq b \leq 6$ 、末尾の桁 a は $0 \leq a \leq 6$ 。

両方の条件をあわせると $1 \leq a \leq 6$ 、 $1 \leq b \leq 6$ 。

値を比較する式を作る。 $ab_{(9)} = 9a + b$ 、 $ba_{(7)} = 7b + a$ 。これらが等しいので

$$9a + b = 7b + a$$

$$8a = 6b$$

$$4a = 3b$$

b が整数になるには a が3の倍数でなければならない。 $1 \leq a \leq 6$ の3の倍数は $a = 3$ と $a = 6$ 。

$$a = 3 \text{ のとき } b = \frac{4 \times 3}{3} = 4 \text{ (範囲1~6を満たす、OK)}$$

$$a = 6 \text{ のとき } b = \frac{4 \times 6}{3} = 8 \text{ (範囲1~6を超えるので不適)}$$

よって $a = 3$ 、 $b = 4$ のみが条件を満たす。

(検算： $ab_{(9)} = 34_{(9)} = 3 \times 9 + 4 = 31$ 、 $ba_{(7)} = 43_{(7)} = 4 \times 7 + 3 = 31$ 。一致する。)

$$a = 3, b = 4$$

連続する4つの整数の積は、必ず $4! = 24$ の倍数になることが知られている。この事実を使って、 $15 \times 16 \times 17 \times 18$ を 24 で割った商を求めよ。

商 3060

15, 16, 17, 18は連続する4つの整数なので、その積は24の倍数になることが保証されている（割り切れずに余りが出ることはない）。

実際に積を計算すると

$$15 \times 16 = 240, 240 \times 17 = 4080, 4080 \times 18 = 73440.$$

これを24で割ると $73440 \div 24 = 3060$ 。

商は3060 ($15 \times 16 \times 17 \times 18 = 73440 = 24 \times 3060$)

2つの自然数 a, b ($a < b$) の最大公約数は 12、積 $a \times b$ は 2880 であり、 $a + b = 108$ であるという。 a, b を求めよ。

$a =$ 48 $b =$ 60

$$a \times b = \gcd(a, b) \times \text{lcm}(a, b) \text{ より } \text{lcm}(a, b) = \frac{2880}{12} = 240.$$

$$a = 12p, b = 12q \text{ (} p, q \text{ は互いに素、} p < q \text{) とおくと } pq = \frac{\text{lcm}}{\gcd} = \frac{240}{12} = 20.$$

$pq = 20$ かつ互いに素な組 ($p < q$) は (1, 20)、(4, 5) の2通り ((2, 10)は $\gcd(2, 10) = 2$ なので互いに素でなく不適)。

12倍すると $(a, b) = (12, 240)$ 、 $(48, 60)$ 。それぞれの和は 252、108。

条件 $a + b = 108$ を満たすのは $(48, 60)$ 。

(検算: $48 = 2^4 \times 3$ 、 $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ より $\gcd = 2^2 \times 3 = 12$ 、積 $= 48 \times 60 = 2880$ 。どちらも条件と一致。)

$a = 48, b = 60$

36 と 84 の最大公約数を g とする。 g の値を求めよ。また、 g を 2 進法で表すと何桁になるか、桁数の条件の公式を使って求めよ。

$$g = \underline{12} \quad \text{桁数} \quad \underline{4}$$

$$36 = 2^2 \times 3^2 \quad 84 = 2^2 \times 3 \times 7$$

$$g = \gcd(36, 84) = 2^2 \times 3 = 12$$

次に、 $g = 12$ が 2 進法で何桁になるかを、素因数分解ではなく桁数の条件の公式 $n^{k-1} \leq N \leq n^k - 1$ ($n = 2$) で調べる。

$$2^3 = 8 \leq 12 \leq 15 = 2^4 - 1 \quad \text{なので } k = 4。$$

(検算： $12 = 8 + 4 = 1100_{(2)}$ 。実際に4桁になっている。)

$g = 12$ 、2進法で表すと4桁

記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1 最大公約数を求める方法として、素因数分解を使う方法とユークリッドの互除法を使う方法の、2通りを学んだ。それぞれの方法が得意な場面・苦手な場面に触れながら、この2通りを学ぶ理由を説明せよ。

素因数分解を使う方法は、 $N = p^a \times q^b \times \dots$ のように数を素数の積に分解し、共通する素因数を指数の小さい方だけ取り出すことで最大公約数を求める方法である。この方法の利点は、最大公約数だけでなく最小公倍数も同時に求められる点、また約数の個数・総和・平方数かどうかといった数の構造そのものを知ることができる点にある。ただし、数が大きくなると、素因数分解そのものに時間がかかる（小さい素数から順に割って試す必要があり、素数が大きいと見つけにくい）という弱点がある。

一方、ユークリッドの互除法は、「大きい方を小さい方で割った余りに置き換えても最大公約数は変わらない」という性質（ $\gcd(a, b) = \gcd(b, r)$ ）を使い、割り算を繰り返すだけで最大公約数を求める方法である。この方法の利点は、素因数分解が難しい大きな数どうしても、機械的な割り算の繰り返しだけで確実に最大公約数が求まる点にある。ただし、互除法は最大公約数しか求められず、最小公倍数が欲しい場合は別途 $a \times b = \gcd(a, b) \times \text{lcm}(a, b)$ の関係を使う必要があるという弱点がある。

つまり、数が小さく素因数分解がすぐできる場合や、最小公倍数・約数の個数など数の構造まで知りたい場合は素因数分解の方法を、数が大きく素因数分解に手間がかかる場合はユークリッドの互除法を、というように、数の大きさと知りたい情報に応じて2つの方法を使い分けることが大切である。

数が小さく構造まで知りたいときは素因数分解、数が大きく最大公約数だけを確実に求めたいときはユークリッドの互除法、というように使い分けるために2通りを学ぶ。

記2 不定方程式 $ax + by = c$ の整数解を求める手順の中で、「 a と b が互いに素かどうか」という最大公約数の考え方が、どこで、なぜ必要になるかを説明せよ。

$ax + by = c$ が整数解をもつのは、 a と b の最大公約数が c を割り切るときに限る、という存在条件がある。もし a と b の最大公約数 d が1より大きく、 d が c を割り切らない場合、左辺 $ax + by$ は必ず d の倍数になるが、右辺 c は d の倍数でないため、方程式を満たす整数 x, y はそもそも存在しない。よって、不定方程式を解き始める前に、まず a と b が互いに素かどうか（あるいは、最大公約数が c を割り切るかどうか）を確認することが、手順のいちばん最初に必要になる。

さらに、 a と b が互いに素であるという事実そのものが、 $ax + by = 0$ の整数解が $x = bk, y = -ak$ とすべて表される、という結果の前提条件にもなっている。この結果を導く論法では、「 a と b が互いに素であるとき、 by が a の倍数になるためには、 b 自身ではなく y が a の倍数でなければならない」という考え方を使っており、これは a と b に共通の素因数がまったくない（互いに素である）からこそ成り立つ論法である。もし a と b が互いに素でなければ、この論法は成り立たず、 $x = bk, y = -ak$ という表し方も一般には正しい一般解を与えない。

このように、互いに素という最大公約数の考え方は、そもそも解が存在するかどうかを判定する場面と、一般解の公式 $x = x_0 + bk, y = y_0 - ak$ が正しく使える前提条件を保証する場面の、2箇所で不可欠な役割を果たしている。

互いに素かどうかは、解の存在条件（最大公約数が c を割り切るか）の判定と、一般解の公式が成り立つための前提条件の保証という、2つの場面で必要になる。

E X A M

共通テスト形式チャレンジ（大問1）

目標時間 8分／配点 20点

花子さんの高校では、文化祭の模擬店でホットドッグ（1個130円）とジュース（1個90円）を仕入れることになった。仕入れにちょうど2000円を使い切りたい。花子さんは先生と一緒に、仕入れの個数の組み合わせを考えている。

先生「ホットドッグの個数を x 個、ジュースの個数を y 個としよう。まず代金の式を立ててごらん。」

花子「はい、 $130x + 90y = 2000$ ですね。」

先生「その式の両辺を同じ数で割って、係数を小さくしてから考えると計算しやすいよ。」

- (1) $130x + 90y = 2000$ の両辺を10で割ると $13x + 9y = \boxed{\text{アイウ}}$ となる。この式について、 $0 \leq x_0 < 9$ の範囲で特殊解 (x_0, y_0) を求めると $x_0 = \boxed{\text{エ}}$ 、 $y_0 = \boxed{\text{オカ}}$ である。

アイウ 200 エ 5 オカ 15

$130x + 90y = 2000$ の両辺を10で割ると $13x + 9y = 200$ 。

$0 \leq x_0 < 9$ の範囲で $x = 0, 1, 2, \dots, 8$ を順に代入して y が整数になるものを探す。

$x = 5 : 13 \times 5 + 9y = 200 \rightarrow 65 + 9y = 200 \rightarrow 9y = 135 \rightarrow y = 15$ 。整数になった（他の $x = 0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8$ ではいずれも y が整数にならない）。

$13x + 9y = 200$ 、特殊解 $x_0 = 5, y_0 = 15$

(2)

(1)の結果を用いると、一般解は $x = x_0 + \boxed{\text{キ}}k$, $y = y_0 - \boxed{\text{クケ}}k$ (k は整数) と表される。ホットドッグ・ジュースともに1個以上仕入れるとき、買い方は全部で $\boxed{\text{コ}}$ 通りある。

キ 9 クケ 13 コ 2

公式 $x = x_0 + bk$, $y = y_0 - ak$ ($a = 13, b = 9$) にあてはめると
 $x = 5 + 9k$, $y = 15 - 13k$ (k は整数)

ホットドッグ・ジュースともに1個以上仕入れる条件より

$$x \geq 1 : 5 + 9k \geq 1 \rightarrow k \geq -\frac{4}{9}, k \text{ は整数なので } k \geq 0$$

$$y \geq 1 : 15 - 13k \geq 1 \rightarrow 13k \leq 14 \rightarrow k \leq \frac{14}{13} = 1.07\dots, k \text{ は整数なので } k \leq 1$$

よって $k = 0, 1$ の2通り。それぞれ $(x, y) = (5, 15), (14, 2)$ 。

一般解 $x = 5 + 9k$, $y = 15 - 13k$ 、買い方は2通り

(3)

花子「実際には、ホットドッグの方がジュースより多く売れそうだから、ホットドッグの個数がジュースの個数より多くなる組み合わせにしよう。」

(2)で求めた買い方のうち、条件に合う組み合わせは、ホットドッグ $\boxed{\text{サシ}}$ 個、ジュース $\boxed{\text{ス}}$ 個である。

サシ 14 ス 2

(2)で求めた2通りの組み合わせを比べる。

$k = 0 : (x, y) = (5, 15) \rightarrow$ ホットドッグ5個 < ジュース15個なので条件に合わない。

$k = 1 : (x, y) = (14, 2) \rightarrow$ ホットドッグ14個 > ジュース2個なので条件に合う。

ホットドッグ14個、ジュース2個

E X A M

共通テスト形式チャレンジ（大問2）

目標時間 8分／配点 20点

ある高校の図書室では、蔵書のジャンルごとの整理番号を3進法で表すことにした。まず、新しく入荷した本の通し番号（10進法で200）を3進法に直す作業から始めることになった。

- (1) 200 を3進法で表すと アイウエオ₍₃₎ となる。また、この数は3進法で表すとちょうど カ 桁である。

アイウエオ 21102 カ 5

200を3で割り続けて余りを並べる。

$$200 = 3 \times 66 + 2$$

$$66 = 3 \times 22 + 0$$

$$22 = 3 \times 7 + 1$$

$$7 = 3 \times 2 + 1$$

$$2 = 3 \times 0 + 2$$

商が0になったので終了。余りを下から上へ読むと 2, 1, 1, 0, 2。

（検算： $21102_{(3)} = 2 \times 81 + 1 \times 27 + 1 \times 9 + 0 \times 3 + 2 \times 1 = 162 + 27 + 9 + 0 + 2 = 200$ 。一致する。桁数は先頭が 3^4 の位なので5桁。）

$$200 = 21102_{(3)}、5桁$$

- (2) (1)で分かったとおり、200冊は3進法でちょうど5桁の数だった。この図書室には、別の書庫にある150冊の本も合わせて整理することになった。200冊と150冊を、共通の冊数ずつ過不足なく分けたい。1セットあたりの冊数をできるだけ多くすると キク 冊になり、そのとき合計 ケ セットできる。

キク 50 ケ 7

余りなく同じ冊数ずつ分けられる冊数は、200と150の公約数でなければならない。できるだけ多くしたいので最大公約数を使う。

$$200 = 2^3 \times 5^2, 150 = 2 \times 3 \times 5^2 \text{ より } \gcd(200, 150) = 2 \times 5^2 = 50$$

50冊ずつに分けると、セット数は $200 \div 50 + 150 \div 50 = 4 + 3 = 7$ セット。

1セットあたり50冊、合計7セット

(3)

(2)で求めた1セットあたりの冊数を2進法で表すと、ちょうど コ 桁になる。桁数の条件の公式を使って求めよ。また、これは(1)で求めた「200を3進法で表したときの桁数」より サ 桁多い。

コ 6 サ 1

(2)より1セットあたりの冊数は50冊。これが2進法で何桁になるかを、桁数の条件の公式 $n^{k-1} \leq N \leq n^k - 1$ ($n = 2$) で調べる。

$$2^5 = 32 \leq 50 \leq 63 = 2^6 - 1 \text{ なので } k = 6。$$

(検算： $50 = 32 + 16 + 2 = 110010_{(2)}$ 。実際に6桁になっている。)

(1)で求めた200を3進法で表したときの桁数は5桁だったので、 $6 - 5 = 1$ より1桁多い。

2進法で表すと6桁 ((1)の3進法5桁より1桁多い)