

作図と空間図形

問題プリント（全27問）

氏名 _____

得点 /27点

DRILL

練習問題（全17問）

基本（1～7）

1

作図手順（垂直二等分線）

線分ABの垂直二等分線を、定規とコンパスだけで作図する手順を説明せよ。

2

作図手順（角の二等分線）

角AOBの二等分線を、定規とコンパスだけで作図する手順を説明せよ。

3

作図手順（垂線）

直線 l の外にある点Pから、 l への垂線を、定規とコンパスだけで作図する手順を説明せよ。

4

オイラーの多面体定理

正八面体は頂点の数 $V = 6$ 、面の数 $F = 8$ である。オイラーの多面体定理を使って、辺の数 E を求めよ。

$E =$

5

オイラーの多面体定理

正十二面体は頂点の数 $V = 20$ 、面の数 $F = 12$ である。オイラーの多面体定理を使って、辺の数 E を求めよ。

$E =$

6

正多面体の性質

面の形が正五角形である正多面体の名前を答えよ。

名前

7

内分点外分点の作図

線分ABが与えられている。定規とコンパスだけを用い、平行線と三角形の相似を利用して、ABを3:2に内分する点Pと、ABを3:2に外分する点Q(Bの外側にとる)を、それぞれ作図する手順を述べよ。

標準（8～15）

8

正四面体の面の数を答えよ。

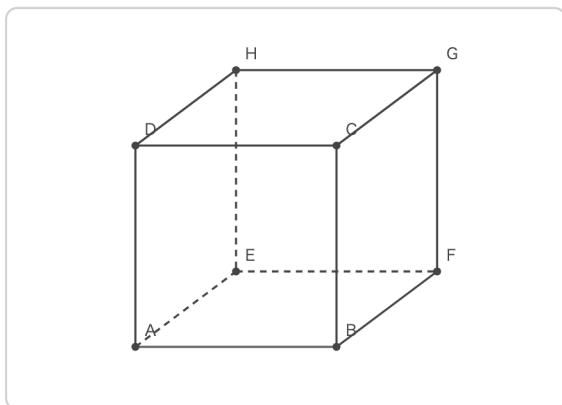
面の数

9

正二十面体の1つの頂点に集まる面の数を答えよ。

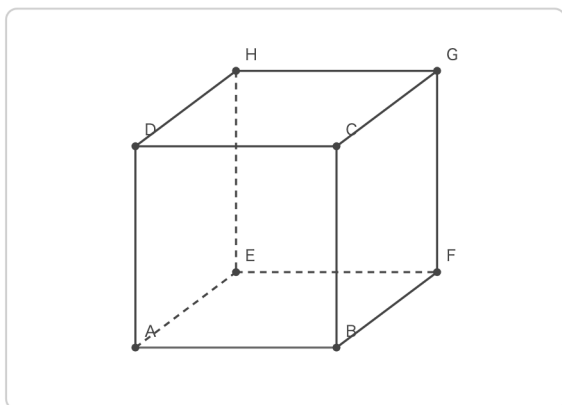
面の数

- 10 立方体ABCD-EFGH（前面ABCD、後面EFGH、 $AE \cdot BF \cdot CG \cdot DH$ が奥行きの辺）において、辺ABとねじれの位置にある辺は何本あるか。



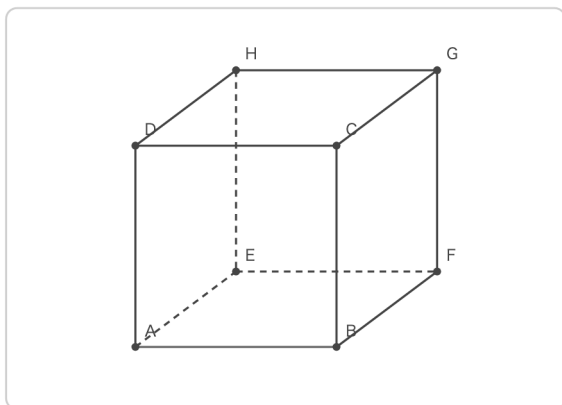
本数

- 11 同じ立方体ABCD-EFGHにおいて、辺ABと平行な辺（辺AB自身は除く）は何本あるか。



本数

- 12 同じ立方体ABCD-EFGHにおいて、辺ABと交わる（頂点を共有する）辺は何本あるか。



本数

- 13 空間内の2直線が、同じ平面上になく、平行でも交わってもいないとき、この位置関係を何というか。

名称

- 14 直線と平面の垂直の証明

正四面体ABCD(4つの面がすべて合同な正三角形である四面体)において、辺BCの中点をMとする。「平面上の交わる2直線に垂直な直線は、その平面に垂直である」という性質を用いて、直線BCが平面AMDに垂直であることを証明せよ。まず、証明の鍵になる性質を確認するために、次の空欄を埋めよ。

$\triangle ABC$ で辺ABとACの長さが等しいことから、 $\triangle ABC$ は何という三角形か

- 15 外心の作図（垂直二等分線の応用・外接円の半径）

座標平面上に3点A(0, 0)、B(6, 0)、C(0, 8)を頂点とする三角形ABCがある。辺ABの垂直二等分線と辺ACの垂直二等分線を作図し、その交点を外心Oとする。外心Oと頂点Aとの距離(三角形ABCの外接円の半径)を求めよ。

外接円の半径

挑戦 (16~20)

- 16 正多面体が5種類しかない理由

正三角形（1つの内角は 60° ）を1つの頂点に最大何枚まで集めると、正多面体を作ることができるか。

最大 枚

- 17 記述

正方形の面を持つ正多面体が正六面体（立方体）しかないのはなぜか。1つの頂点に集まる面の内角の和という観点から説明せよ。

18

記述・三垂線の定理

三角錐PABCにおいて、頂点Pから底面ABCに垂線を下ろし、その足をOとする ($PO \perp$ 平面ABC)。次に、Oから辺BCを含む直線に垂線を下ろし、その足をHとする ($OH \perp BC$)。このとき $PH \perp BC$ となることを、三垂線の定理を用いて説明せよ。

19

平面が決まる条件

空間内に、直線 l と、 l 上にない点Pがある。直線 l と点Pを通る平面はいくつあるか。

平面の個数 個

20

2平面の位置関係

平行でない2つの平面 α, β が交わるとき、その共有部分（交わりの部分）はどんな図形になるか。

共有部分

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。多面体の切断・隣接面・サッカーボール型の多面体など、入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

立方体の切断

1辺の長さが6の立方体がある。1つの頂点に集まる3本の辺の先（つまりその頂点に隣り合う3つの頂点）を通る平面で、立方体の角を切り落とす。切り口にできる三角形の1辺の長さを求めよ。

1辺の長さ

応2

サッカーボール型多面体（切頂二十面体）

正二十面体（頂点12・辺30・面20の正三角形、1つの頂点に正三角形が5枚集まる）の12個の頂点をすべて切り落とすと、サッカーボールの模様として知られる「切頂二十面体」ができる。次の問いに答えよ。(1) 切り落とされた1つの頂点には、もとの正二十面体で正三角形が5枚集まっていた。この切り口にできる新しい面は何角形か。また、その面はいくつできるか。(2) もとの20枚の正三角形の面は、頂点を切り落とすことで何角形に変わるか。(3) (1)(2)から、切頂二十面体の面の総数Fを求めよ。(4) 切頂二十面体の頂点の数は $V=60$ 、辺の数は $E=90$ であることが知られている。オイラーの多面体定理から求めたFの値が、(3)の答えと一致することを確認せよ。

(1) 形 個数 (2) 形

(3) $F =$

(4) オイラーの定理から求めたF

応3

隣接する面の数

正十二面体の1つの面（正五角形）に隣接する（辺を共有する）面はいくつあるか。また、正二十面体の1つの面（正三角形）に隣接する面はいくつあるか。

正十二面体 正二十面体

応4

正八面体のねじれの位置

正八面体は、6個の頂点A、A'、B、B'、C、C'（AA'、BB'、CC'がそれぞれ向かい合う頂点の組）を持ち、向かい合う頂点の組以外のすべての2頂点を結ぶと12本の辺ができる。辺ABに対して、ねじれの位置にある辺は何本あるか。

本数

応5

正四面体の対辺

正四面体ABCDにおいて、辺ABとねじれの位置にある辺をすべて答えよ。また、その本数を求めよ。

辺

本数

DRILL

記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

空間の中の2直線の位置関係が、平面図形にはなかった「ねじれの位置」を含めて3通りになるのはなぜか、「同じ平面上に置けるかどうか」という観点から説明せよ。

記2

立方体ABCD-EFGH（前面ABCD、後面EFGH、AE・BF・CG・DHが奥行きの辺）において、辺BCとねじれの位置にある辺をすべて求めよ。平行な辺・交わる辺をそれぞれ除外する考え方を書きながら、答案として記述せよ。
