

円の性質（円周角・接弦定理・方べき）

問題プリント（全32問）

氏名 _____

得点 _____ / 32点

DRILL

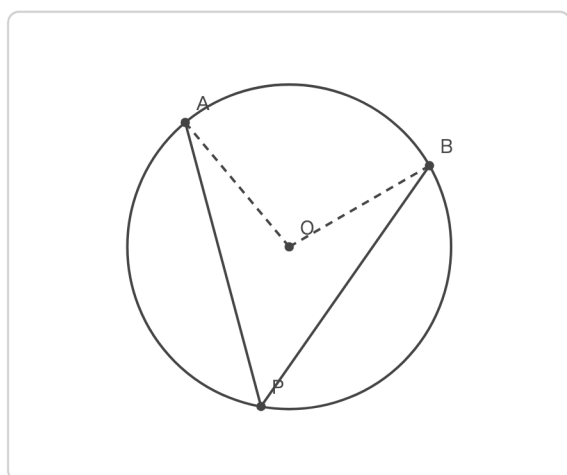
練習問題（全21問）

基本（1～7）

1

中心角→円周角

円Oにおいて、弧ABに対する中心角が 100° であるとき、弧ABに対する円周角 $\angle APB$ を求めよ。

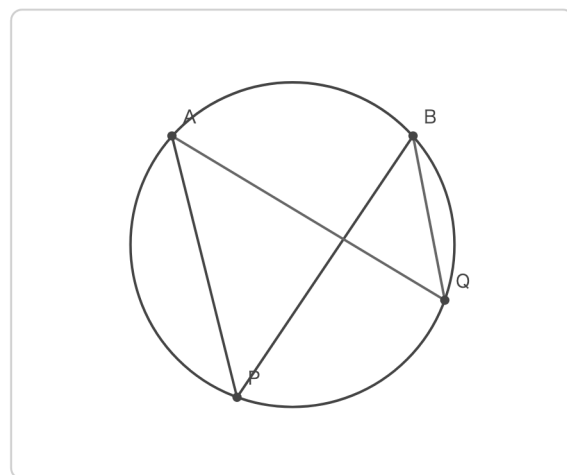


$\angle APB =$ 度

2

同じ弧なら円周角は等しい

円周上の点Pから弦ABを見た角 $\angle APB = 48^\circ$ である。PとQはどちらも弧AB（Pを含まない方の弧を除いた、同じ側の弧）上の点であるとき、同じ弦ABを見た角 $\angle AQB$ を求めよ。

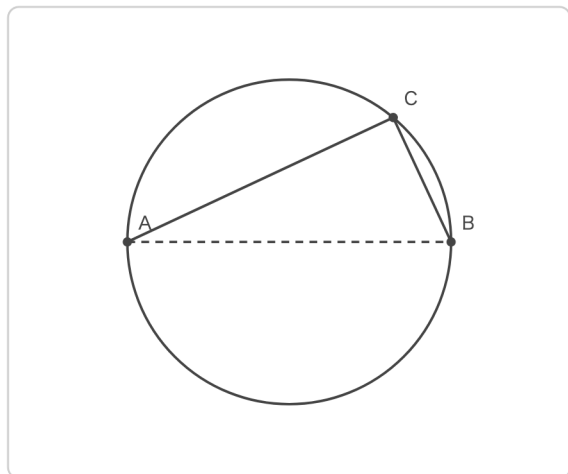


$\angle AQB =$ 度

3

直径に対する円周角は 90°

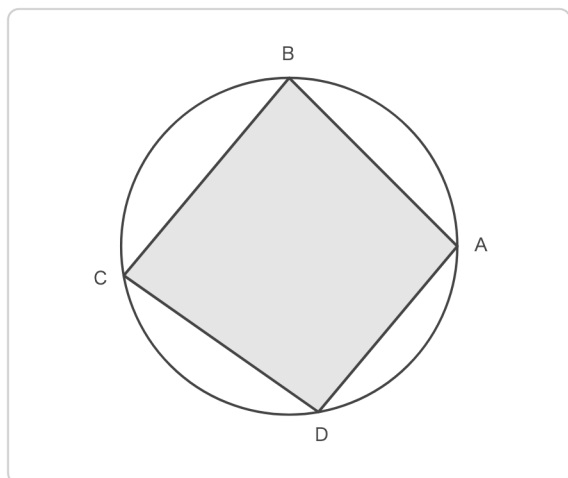
円Oの直径をABとし、円周上に点Cをとる。
 $\angle BAC = 25^\circ$ のとき、 $\angle ABC$ を求めよ。


 $\angle ABC =$ 度

4

内接四角形・対角の和

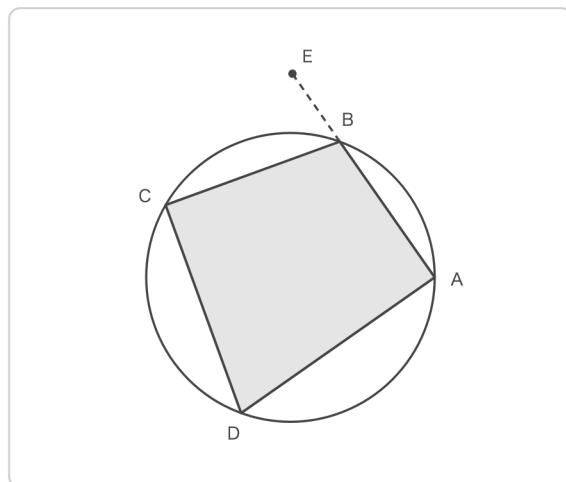
円に内接する四角形ABCDにおいて、 $\angle A = 95^\circ$ である。 $\angle C$ を求めよ。


 $\angle C =$ 度

5

内接四角形・外角

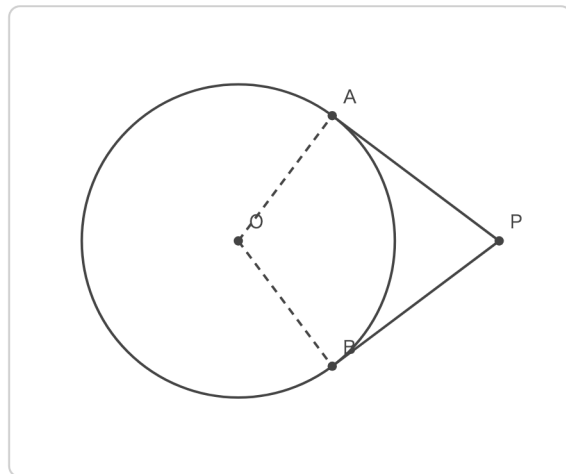
四角形ABCDが円に内接している。辺ABを延長した先の点をEとする。 $\angle ADC = 75^\circ$ のとき、外角 $\angle CBE$ を求めよ。


 $\angle CBE =$ 度

6

接線の長さは等しい

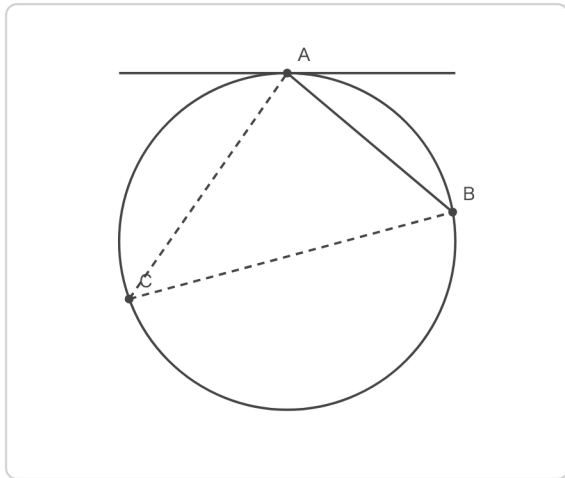
円Oの外部の点Pから円に2本の接線を引き、接点をそれぞれA, Bとする。 $PA = 7$ のとき、 PB を求めよ。


 $PB =$

7

接弦定理・基本

円の接線と弦がつくる角（接弦定理の角）が 42° であるとき、それに等しい円周角（弧の反対側から見た角）の大きさを求めよ。

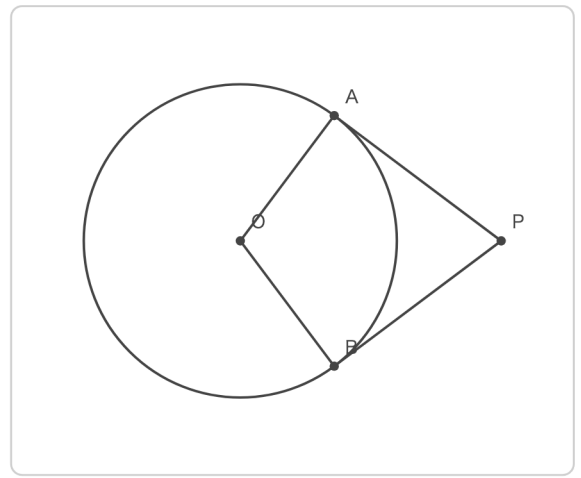


円周角= 度

9

接線の垂直性・四角形の角の和

円Oの外部の点Pから円に2本の接線を引き、接点をそれぞれA, Bとする。 $\angle APB = 50^\circ$ のとき、四角形OAPBにおける $\angle AOB$ を求めよ。



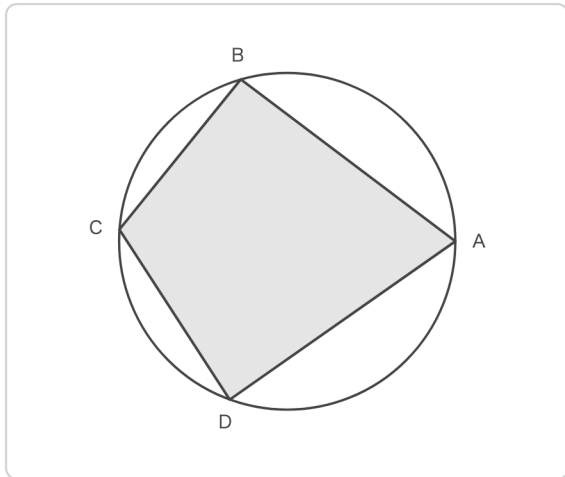
$\angle AOB =$ 度

標準 (8~14)

8

内接四角形・文字式

円に内接する四角形ABCDにおいて、 $\angle A = (2x + 10)^\circ$ 、 $\angle C = (3x + 15)^\circ$ と表される。 x の値と $\angle A$ の大きさを求めよ。

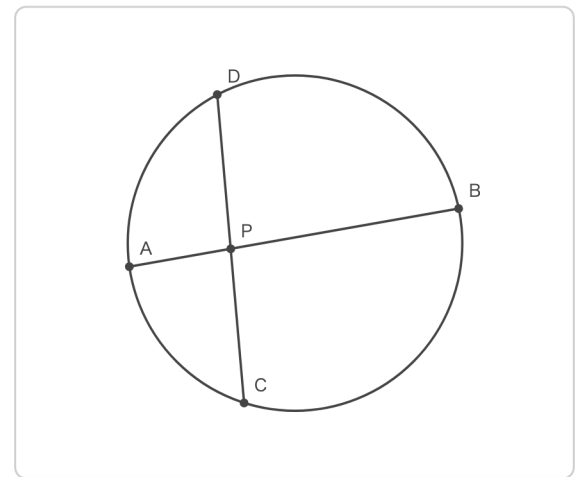


$x =$ $\angle A =$ 度

10

方べき・2弦（内部の点）

円の内部の点Pで2本の弦AB, CDが交わっている。 $PA = 4$, $PB = 9$, $PC = 6$ のとき、 PD を求めよ。

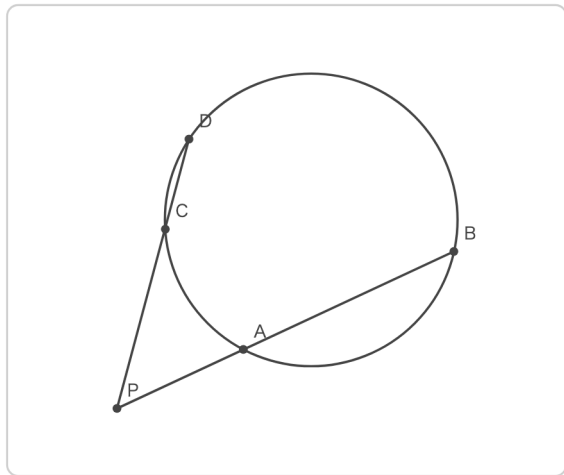


$PD =$

11

方べき・2割線（外部の点）

円の外部の点Pから2本の割線を引く。1本目はPと近い方の交点Aとの距離が $PA = 3$ 、遠い方の交点Bまでの弦 $AB = 5$ である。2本目は近い方の交点Cとの距離が $PC = 4$ である。もう一方の遠い方の交点をDとすると、 PD を求めよ。

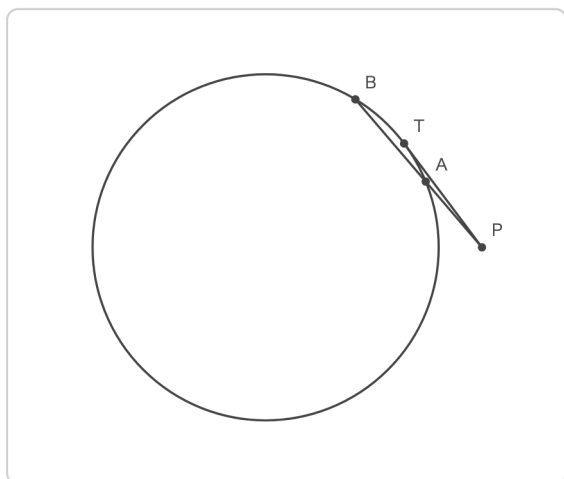


$PD =$

12

方べき・接線と割線（外部の点）

円Oの外部の点Pから接線PT（Tは接点）と割線を引く。割線は円とA（近い方）、B（遠い方）で交わり、 $PA = 4$ 、 $AB = 5$ である。 PT を求めよ。

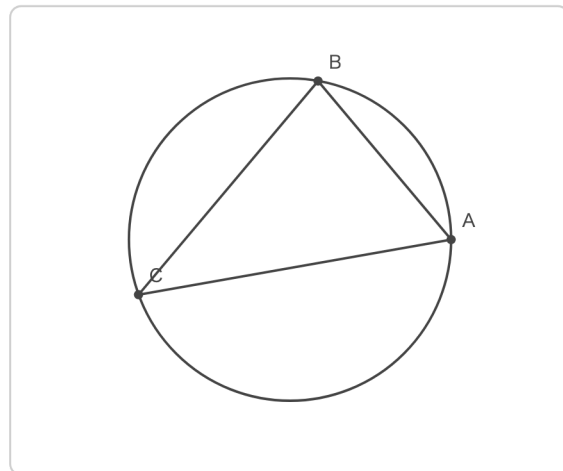


$PT =$

13

弧の比→円周角

円周上の3点A, B, Cによって円周が3つの弧に分けられ、弧AB : 弧BC : 弧CA = 2 : 3 : 4であるとき、 $\angle BAC$ （頂点Aにおける角）を求めよ。

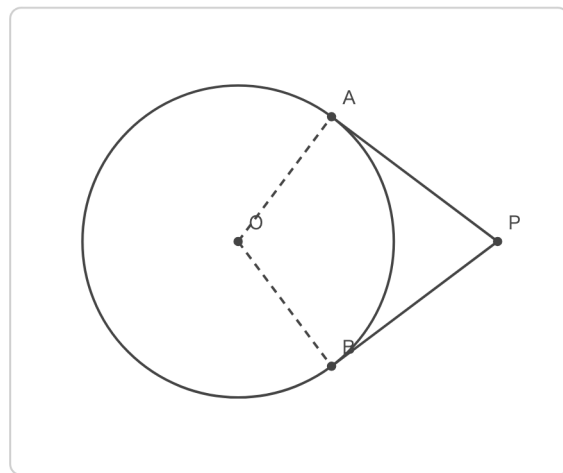


$\angle BAC =$ 度

14

接線の長さが等しい・二等辺三角形

円Oの外部の点Pから2本の接線を引き、接点をA, Bとする。 $\angle APB = 44^\circ$ のとき、 $\angle PAB$ の大きさを求めよ。



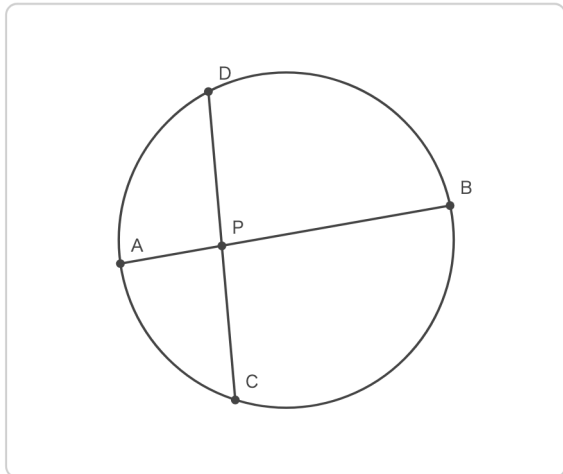
$\angle PAB =$ 度

挑戦 (15~25)

15

方べき・2次方程式 (2弦)

円の内部の点Pを通る2本の弦があり、一方は $PA = x$, $PB = x + 2$ 、他方は $PC = 4$, $PD = 6$ である。方べきの定理を用いて x の値を求めよ (x は正の実数とする)。

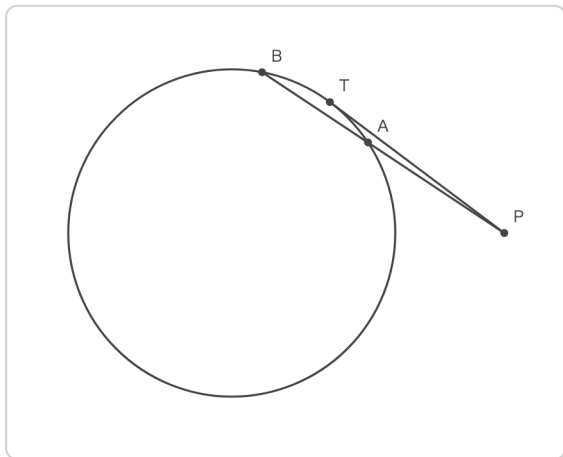


$x =$

16

方べき・2次方程式 (接線と割線)

円Oの外部の点Pから接線PT (Tは接点) と割線を引く。割線は円とA (近い方), B (遠い方) で交わり、 $AB = 7$, $PT = 12$ である。 $PA (= x)$ の値を求めよ (x は正の実数とする)。

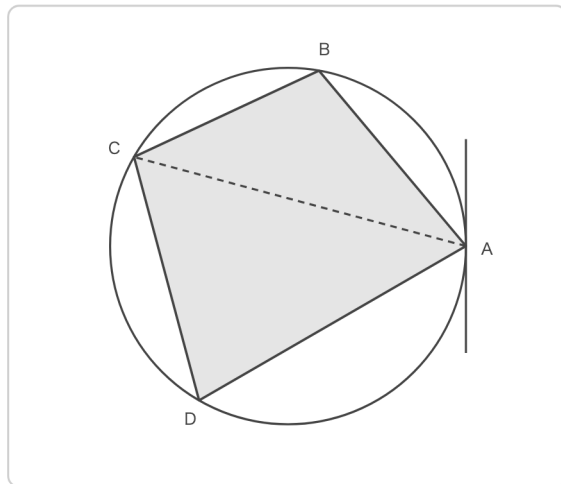


$x =$

17

接弦定理+内接四角形の総合

円に内接する四角形ABCDで対角線ACを引く。点Aにおける接線と辺ABのなす角 (弧ABをはさむ側の角) が 40° 、 $\angle BCD = 100^\circ$ のとき、 $\angle ACD$ の大きさを求めよ。

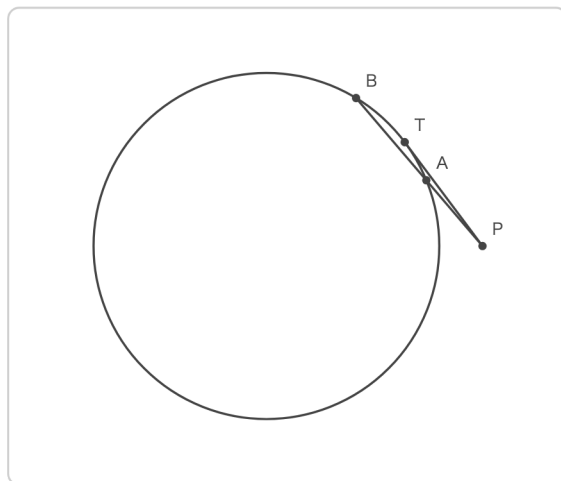


$\angle ACD =$ 度

18

方べき・比+2次方程式 (接線と割線)

円の外部の点Pから接線PTを引き、Tを接点とする。また、Pを通る割線が円とA, B (Aが近い方) で交わり、 $PA : AB = 1 : 2$ である。 $PT = 6$ のとき、 PA の長さを求めよ ($PA = x$ とおき、 x は正の実数とする)。



$PA =$

19

2円の位置関係の判定

円Oの半径 $r_1 = 6$ 、円O'の半径 $r_2 = 4$ 、中心間の距離 $d = 11$ であるとき、2円の共通接線の本数を求めよ。

共通接線= 本

20

内接する2円・逆算

円Oの半径 $r_1 = 9$ 、円O'の半径 $r_2 = 3$ があり、この2円は内接している（一方が他方の内部にあり、1点で接している）。中心間の距離 d を求めよ。

d=

21

2円が2点で交わる条件（範囲）

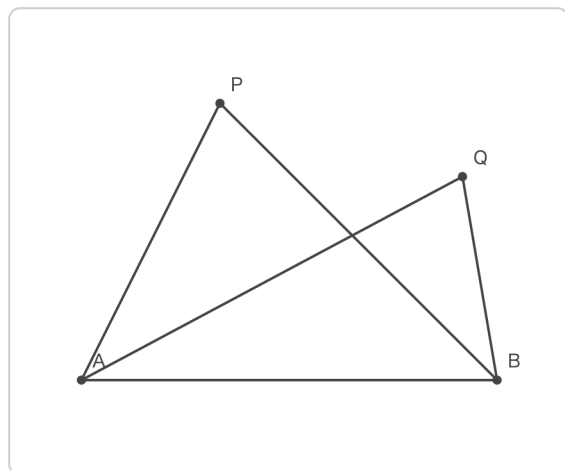
座標平面上に、円O（中心 $(0, 0)$ 、半径5）と、円O'（中心 $(12, 0)$ 、半径 r ）がある。この2円が異なる2点で交わるような r の値の範囲を求めよ（ $r > 0$ とする。境界の値を「 $t_1 < r < t_2$ 」の t_1, t_2 として入力せよ）。

$< r <$

22

円周角の定理の逆・共円の証明

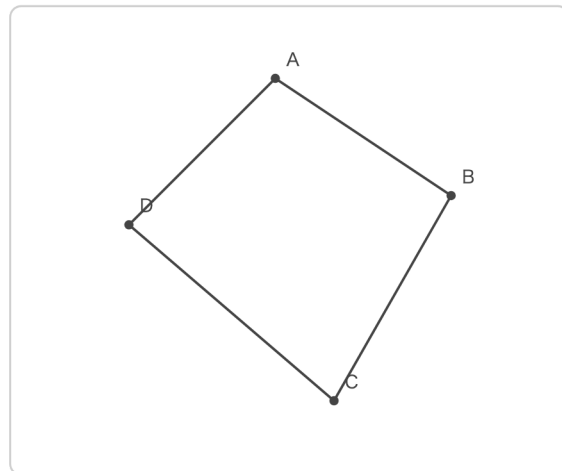
線分ABに対して同じ側に2点P, Qがあり、 $\angle APB = \angle AQB$ が成り立っているとする。このとき、4点A, B, P, Qは同一円周上にあることを証明せよ。



23

内接四角形であることの証明（対角の和）

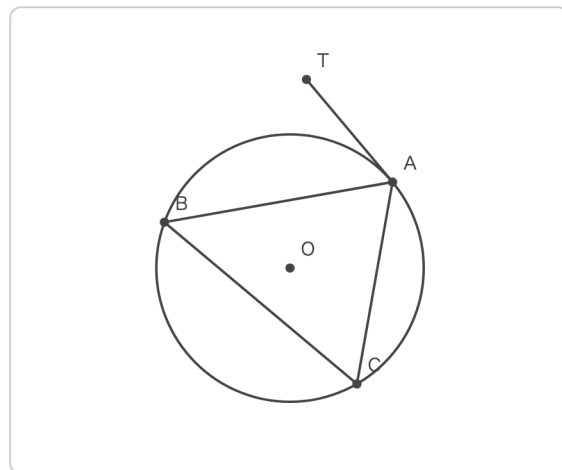
四角形ABCDにおいて、 $\angle B + \angle D = 180^\circ$ が成り立っているとする。このとき、四角形ABCDは1つの円に内接することを証明せよ。



24

接弦定理の逆

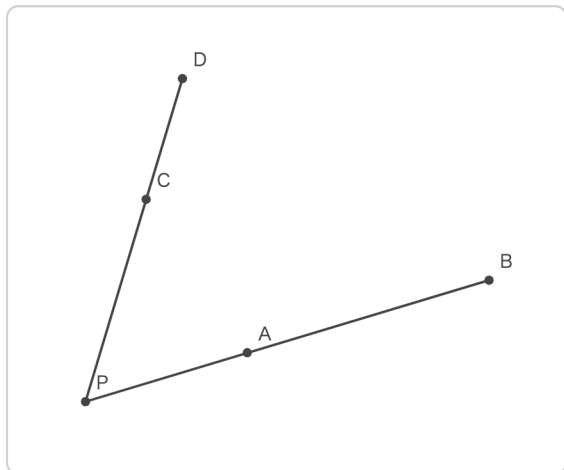
円Oの周上に2点A, Bがあり、点Aを通る直線 ℓ がある。直線 ℓ と弦ABのなす角のうち一方を $\angle x$ とし、弧ABのうち $\angle x$ の内部に含まれない側の弧上に点Cをとる。 $\angle x = \angle ACB$ が成り立つとき、直線 ℓ は点Aにおいて円Oに接することを証明せよ。



25

方べきの定理の逆・共円の証明

2直線が点Pで交わっている。一方の直線上に、Pに関して同じ側に2点A, B($PA < PB$)があり、他方の直線上に、Pに関して同じ側に2点C, D($PC < PD$)がある。 $PA \cdot PB = PC \cdot PD$ が成り立つとき、4点A, B, C, Dは同一円周上にあることを証明せよ。



DRILL

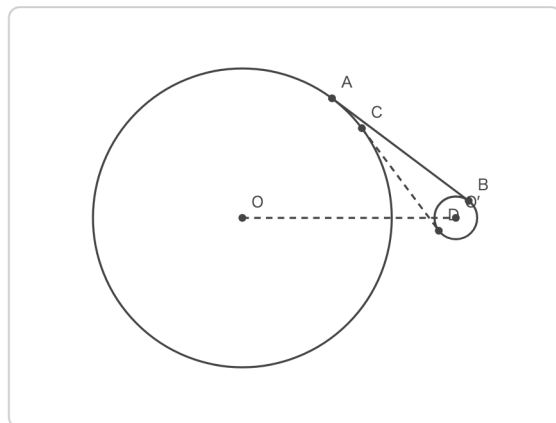
応用問題 (プリント限定)

ここから先はPDF限定の腕試し。2円の共通接線や方べき×相似の融合など、入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

2円の共通接線の長さ

半径7の円Oと半径1の円O'があり、中心間の距離 $OO' = 10$ である。(1) この2円の共通**外**接線の長さを求めよ。(2) この2円の共通**内**接線の長さを求めよ。



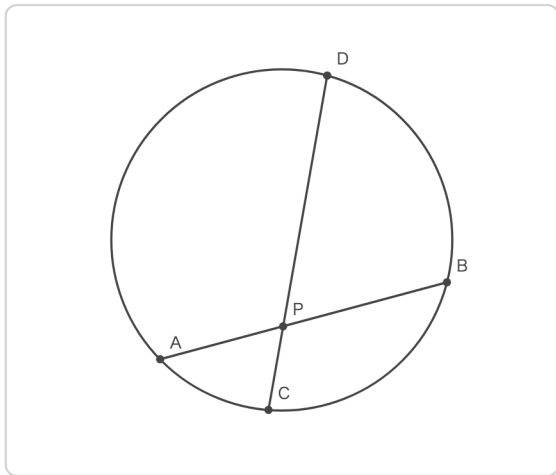
実線ABが共通外接線、点線CDが共通内接線。
 $OO' = 10$ 。

(1) 外接線= (2) 内接線=

応2

方べきと相似の融合

円の内部の点Pで2本の弦AB, CDが交わっている。 $PA = 6$, $PB = 8$, $PC = 4$ である。(1) PD を求めよ。(2) 三角形PACと三角形PDBが相似であることを利用して、 $AC : DB$ を求めよ。

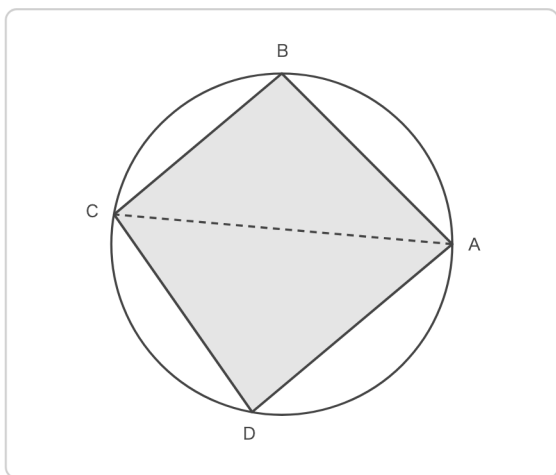


(1) $PD =$ (2) $AC : DB = 1 :$

応3

内接四角形と円周角の総合

円に内接する四角形ABCDで対角線ACを引く。 $\angle ABC = 95^\circ$, $\angle BAC = 40^\circ$ のとき、(1) $\angle BCA$ を求めよ。(2) $\angle ADC$ を求めよ。



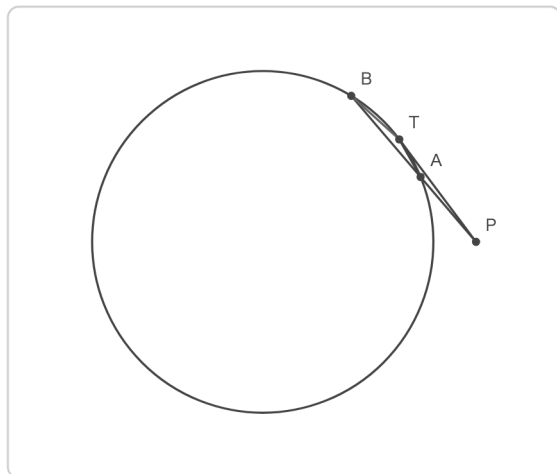
(1) $\angle BCA =$ 度 (2) $\angle ADC =$

度

応4

方べきと相似の融合 (接線と割線)

円Oの外部の点Pから接線PT (Tは接点) と割線を引く。割線は円とA (近い方), B (遠い方) で交わり、 $PT = 6$, $PA = 4$ である。(1) PB を求めよ。(2) 三角形PTAと三角形PBTが相似であることを利用して、 $TA : TB$ を求めよ。さらに $TA = 3$ のとき TB を求めよ。



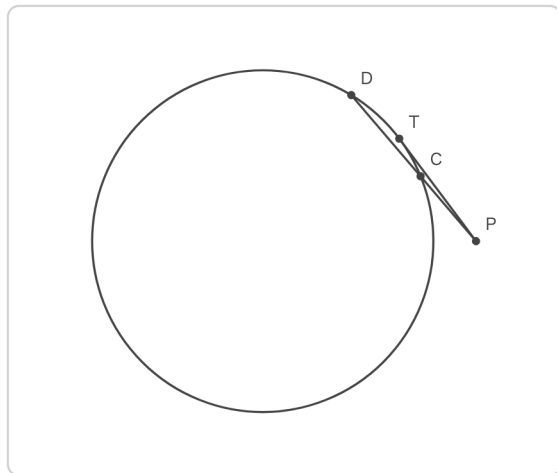
(1) $PB =$ (2) $TA : TB = 2 :$

、 $TB =$

応5

接弦定理と方べきの総合

円Oの外部の点Pから接線PT (Tは接点) を引く。また、Pを通る割線が円とC (近い方), D (遠い方) で交わる。接線と弦TCのなす角 $\angle PTC = 50^\circ$ のとき、(1) $\angle TDC$ を求めよ。また $PT = 9$, $PC = 3$ のとき、(2) PD を求めよ。



(1) $\angle TDC =$ 度 (2) $PD =$

DRILL

記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1 円に内接する四角形ABCDについて、なぜ対角の和 $\angle A + \angle C$ がつねに 180° になるのか、円周角の定理を用いて説明せよ。

記2 円Oの外部の点Pから、接線PT（Tは接点）を1本、割線PABを1本引く（Aが近い方の交点、Bが遠い方の交点）。 $PA = 5$, $AB = 11$ のとき、 PT を、方べきの定理の使い方の根拠を示しながら求めよ。
