

チェバの定理・メネラウスの定理

問題プリント（全24問）

氏名 _____

得点 _____ / 24点

DRILL

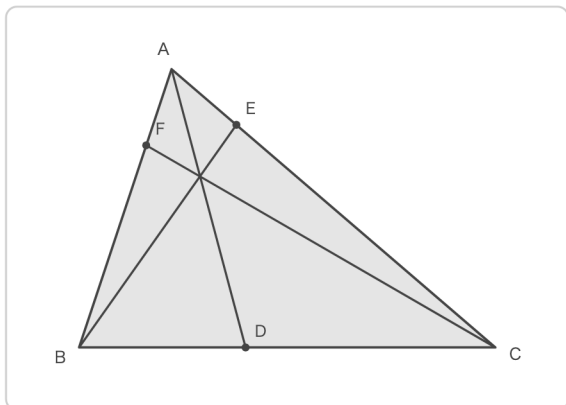
練習問題（全16問）

基本（1～6）

1

チェバの定理・基本

辺BC上の点D、辺CA上の点E、辺AB上の点Fについて、3直線AD, BE, CFが1点で交わっている。 $BD : DC = 2 : 3$ 、 $CE : EA = 4 : 1$ のとき、 $AF : FB$ を求めよ。

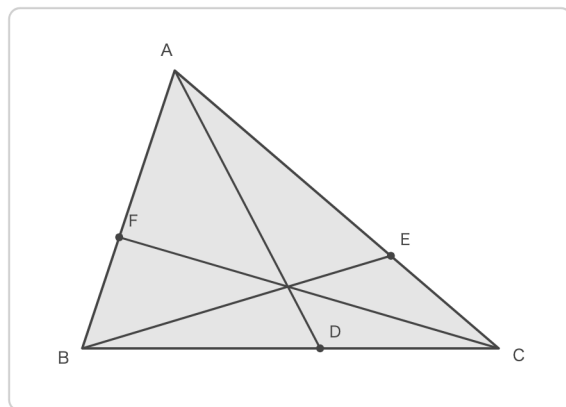


$AF : FB = 3 :$

2

チェバの定理・基本

同じように3直線が1点で交わる時、 $CE : EA = 1 : 2$ 、 $AF : FB = 3 : 2$ ならば $BD : DC$ を求めよ。

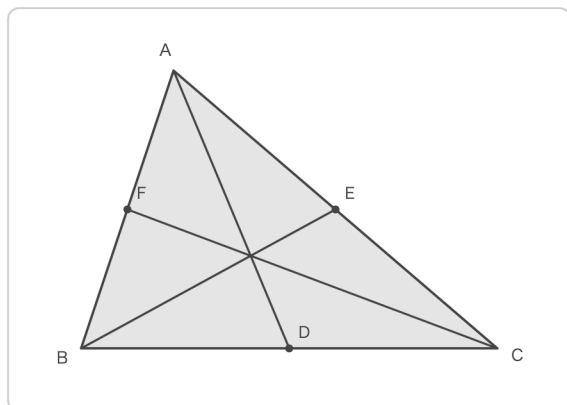


$BD : DC = 4 :$

3

チェバの定理・中線と重心

点Dが辺BCの中点、点Fが辺ABの中点であるとき（3本の中線は1点＝重心で交わる）、 $CE : EA$ を求めよ。

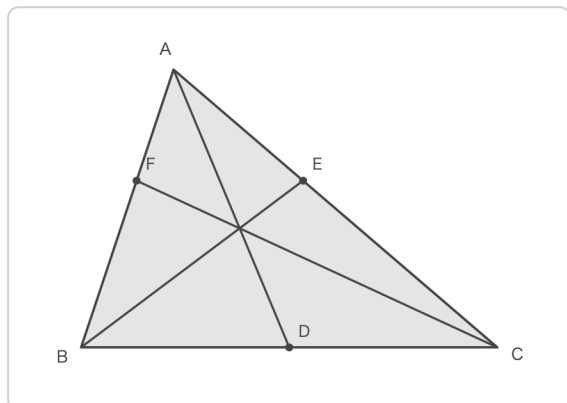


$$CE : EA = 1 : \boxed{}$$

4

チェバの定理・基本

$BD : DC = 1 : 1$ (Dは辺BCの中点)、 $AF : FB = 2 : 3$ のとき、 $CE : EA$ を求めよ。

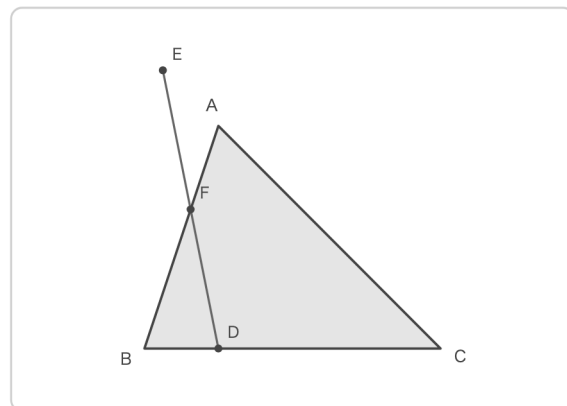


$$CE : EA = 3 : \boxed{}$$

5

メネラウスの定理・基本

1本の直線が、辺BC上の点D、辺ABの内部の点F、そして辺CAの延長上（Aの外側）の点Eを通っている。 $BD : DC = 1 : 3$ 、 $CE : EA = 5 : 1$ のとき、 $AF : FB$ を求めよ。

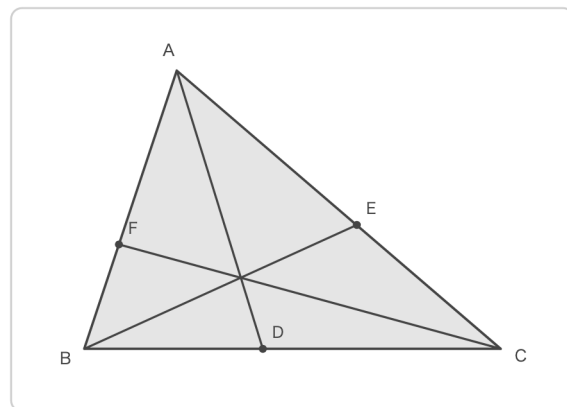


$$AF : FB = 3 : \boxed{}$$

6

チェバの定理・基本

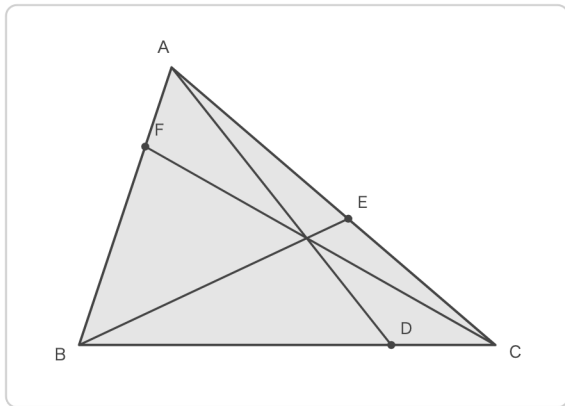
3直線AD, BE, CFが1点で交わっている。 $AF : FB = 5 : 3$ 、 $CE : EA = 4 : 5$ のとき、 $BD : DC$ を求めよ。



$$BD : DC = 3 : \boxed{}$$

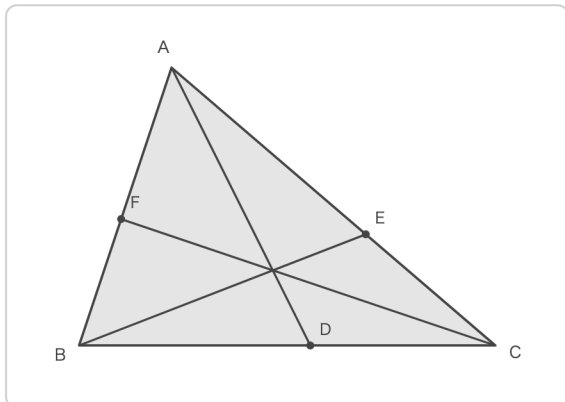
標準 (7~12)

- 7 3直線AD, BE, CFが1点で交わっている。 $BD : DC = 3 : 1$ 、 $AF : FB = 2 : 5$ のとき、 $CE : EA$ を求めよ。



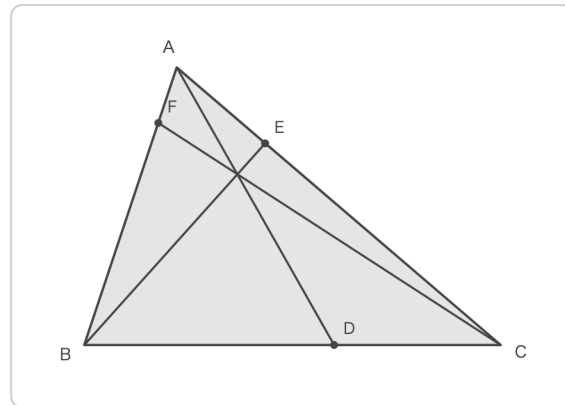
$$CE : EA = 5 : \boxed{}$$

- 8 3直線AD, BE, CFが1点で交わっている。 $BD : DC = 5 : 4$ 、 $CE : EA = 2 : 3$ のとき、 $AF : FB$ を求めよ。



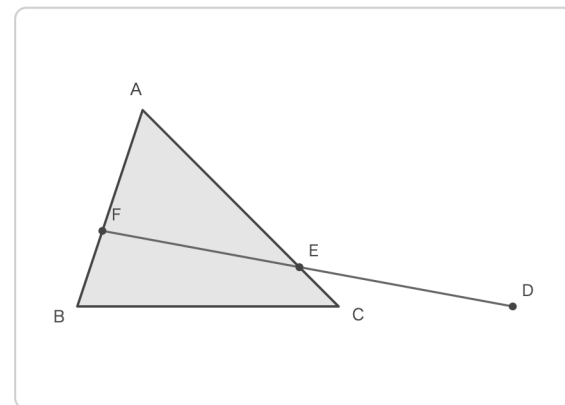
$$AF : FB = 6 : \boxed{}$$

- 9 3直線AD, BE, CFが1点で交わっている。 $AF : FB = 1 : 4$ 、 $BD : DC = 3 : 2$ のとき、 $CE : EA$ を求めよ。



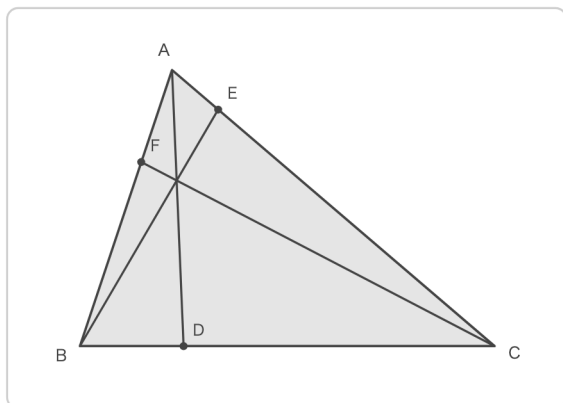
$$CE : EA = 8 : \boxed{}$$

- 10 1本の直線が、辺CA上の点E、辺AB上の点F、そして辺BCの延長上（Cの外側）の点Dを通っている。 $BD : DC = 5 : 2$ 、 $CE : EA = 1 : 4$ のとき、 $AF : FB$ を求めよ。



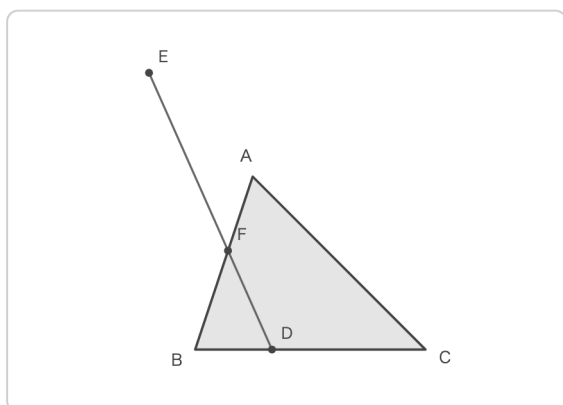
$$AF : FB = 8 : \boxed{}$$

- 11 3直線AD, BE, CFが1点で交わっている。 $BD : DC = 1 : 3$ 、 $AF : FB = 1 : 2$ のとき、 $CE : EA$ を求めよ。



$$CE : EA = 6 : \boxed{}$$

- 12 1本の直線が、辺BC上の点D、辺AB上の点F、そして辺CAの延長上（Aの外側）の点Eを通っている。 $BD : DC = 1 : 2$ 、 $AF : FB = 3 : 4$ のとき、 $CE : EA$ を求めよ。

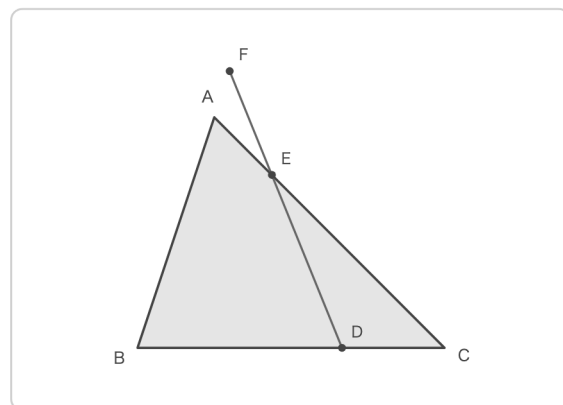


$$CE : EA = 8 : \boxed{}$$

挑戦 (13~17)

- 13 メネラウスの定理・要注意（Fの位置に気をつける）

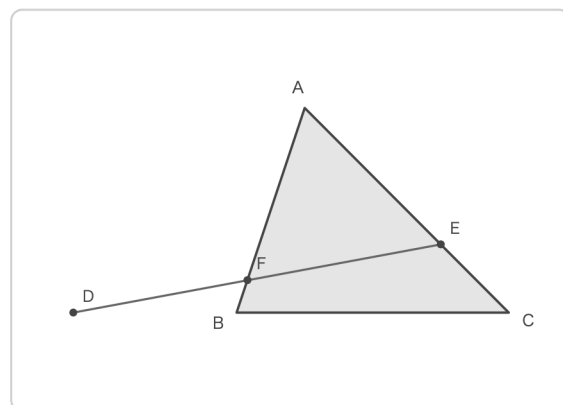
1本の直線が、辺BC上の点D、辺CA上の点Eを通っている。 $BD : DC = 2 : 1$ 、 $CE : EA = 3 : 1$ のとき、 $AF : FB$ を求めよ。ただし、Fが辺ABの内部にあるか延長上にあるかは自分で判断すること。



$$AF : FB = 1 : \boxed{}$$

- 14 メネラウスの定理・Dが延長上

1本の直線が、辺CA上の点E、辺AB上の点Fを通り、辺BCの延長上（Bの外側）の点Dを通っている。 $BD : DC = 3 : 8$ 、 $CE : EA = 1 : 2$ のとき、 $AF : FB$ を求めよ。



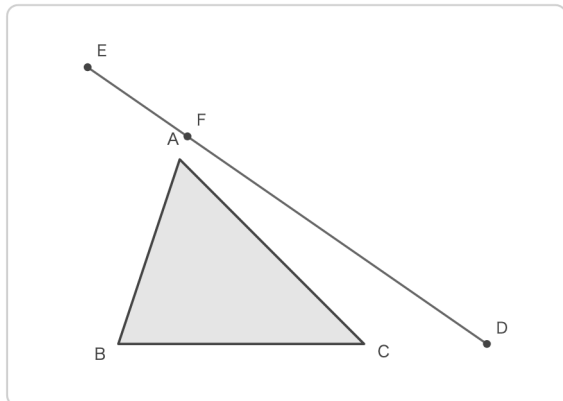
$$AF : FB = 16 : \boxed{}$$

15

メネラウスの定理・3点とも延長上

三角形ABCのどの辺とも交わらず、3辺すべての延長と交わる直線がある。 $BD : DC = 3 : 1$

(Cの外側)、 $CE : EA = 3 : 1$ (Aの外側) のとき、 $AF : FB$ を求めよ (Fも辺ABの延長上にある)。

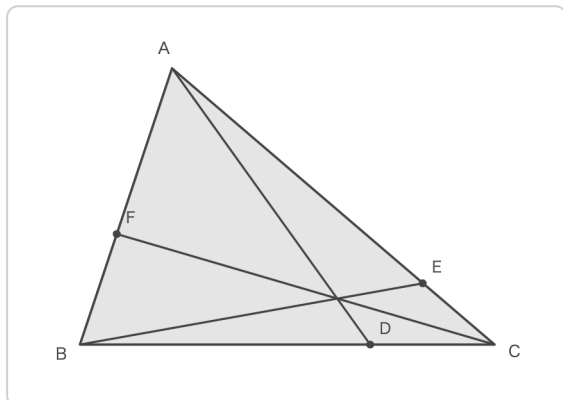


$$AF : FB = 1 : \boxed{}$$

16

チェバの定理・分数の比

3直線AD, BE, CFが1点で交わっている。 $BD : DC = 7 : 3$ 、 $CE : EA = 2 : 7$ のとき、 $AF : FB$ を求めよ。



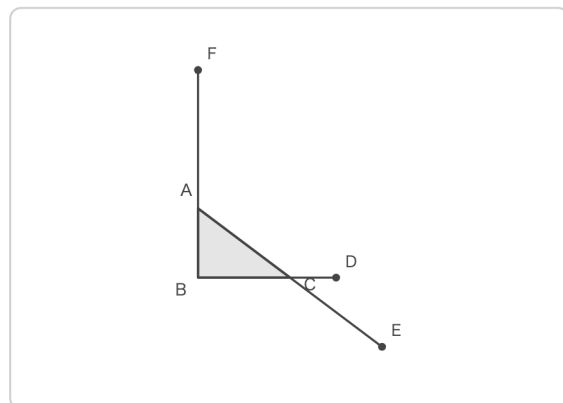
$$AF : FB = 3 : \boxed{}$$

17

メネラウスの定理の逆・共線証明

$\triangle ABC$ において、辺BCの延長上に点D、辺CAの延長上に点E、辺ABの延長上に点Fがあり、

$BD : DC = 3 : 1$ 、 $CE : EA = 1 : 2$ 、 $AF : FB = 2 : 3$ が成り立っている。 $\frac{BD}{DC} \times \frac{CE}{EA} \times \frac{AF}{FB}$ の値を求め、メネラウスの定理の逆を用いて3点D、E、Fが一直線上にあることを証明せよ。



$$\frac{BD}{DC} \times \frac{CE}{EA} \times \frac{AF}{FB} = \boxed{}$$

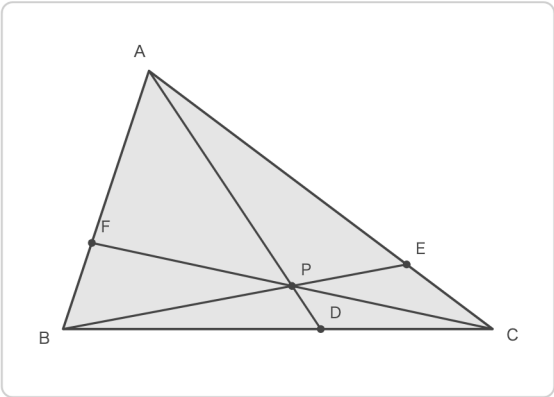
DRILL

応用問題 (プリント限定)

ここから先はPDF限定の腕試し。チェバとメネラウスを組み合わせる問題、面積比の本格問題に挑戦しよう。

応1 チェバ×メネラウスの合わせ技

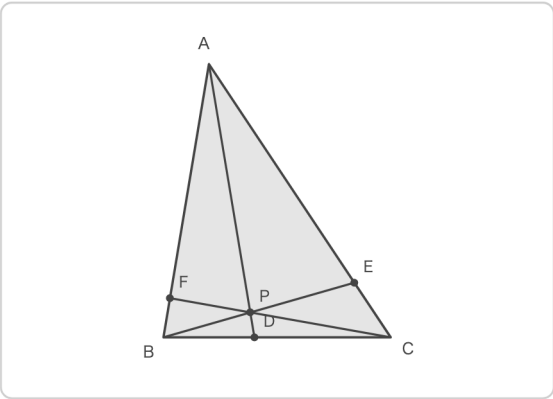
三角形ABCの辺BC上に点D ($BD : DC = 3 : 2$)、辺CA上に点E ($CE : EA = 1 : 3$) を取り、直線AD, BE, CFが1点Pで交わるように辺AB上に点Fを取る。(1) $AF : FB$ を求めよ。
 (2) 三角形ABDに、直線CPF (Fは辺AB上、Pは辺AD上、Cは辺BDの延長上) についてメネラウスの定理を用いて、 $AP : PD$ を求めよ。



(1) $AF : FB = 2 : \rule{1.5cm}{0.4pt}$ (2)
 $AP : PD = 5 : \rule{1.5cm}{0.4pt}$

応2 面積比の本格問題 (チェバ+メネラウス)

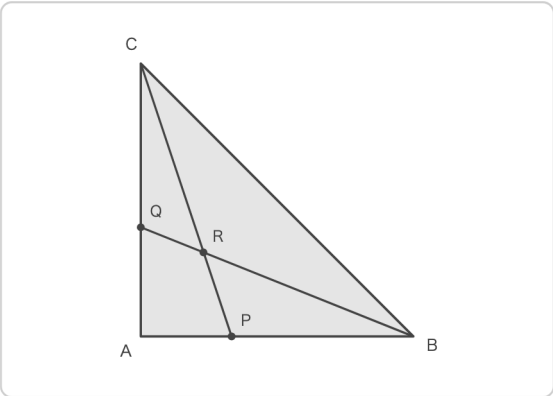
三角形ABCの辺BC上に点D ($BD : DC = 2 : 3$)、辺CA上に点E ($CE : EA = 1 : 4$) を取り、直線AD, BE, CFが1点Pで交わるように辺AB上に点Fを取る。三角形ABP, BCP, CAPの面積比 $S_{ABP} : S_{BCP} : S_{CAP}$ を求めよ (最も簡単な整数比で)。



$S_{ABP} : S_{BCP} : S_{CAP} = 4 : \rule{1.5cm}{0.4pt} : \rule{1.5cm}{0.4pt}$

応3 面積比の本格問題 (メネラウス)

三角形ABCの辺ABを $1 : 2$ に内分する点P、辺ACを $2 : 3$ に内分する点Qを取る。線分BQと線分CPの交点をRとすると、 $S_{PQR} : S_{ABC}$ を求めよ。

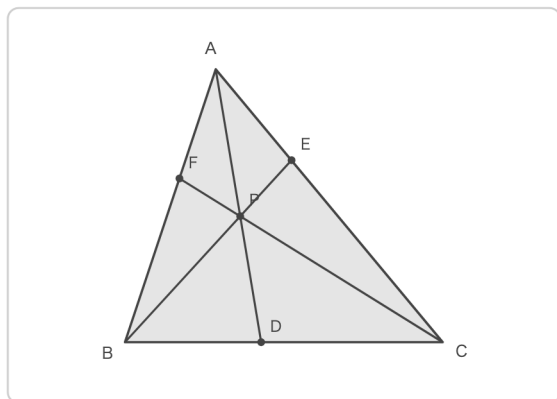


$S_{PQR} : S_{ABC} = 4 : \rule{1.5cm}{0.4pt}$

応4

チェバの逆+メネラウスの合わせ技

三角形ABCの辺BC上の点D、辺CA上の点E、辺AB上の点Fがあり、 $BD:DC = 3:4$ 、 $CE:EA = 2:1$ 、 $AF:FB = 2:3$ である。(1) チェバの定理の逆を用いて、3直線AD, BE, CFが1点Pで交わることを確かめよ ($\frac{BD}{DC} \times \frac{CE}{EA} \times \frac{AF}{FB}$ の値を答えよ)。(2) 三角形BCEに、直線APD (Aは辺CEの延長上、Pは辺BEの延長上ではなく辺BE上、Dは辺BCの延長上ではなく辺BC上) についてメネラウスの定理を用いて、 $BP:PE$ を求めよ。



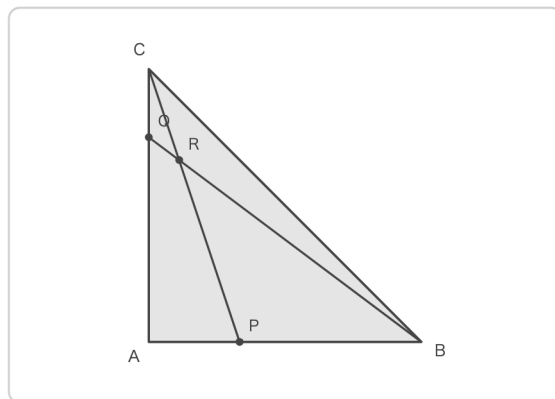
(1) 積の値 = (2)

$BP:PE = 9:$

応5

面積比の本格問題 (メネラウス)

三角形ABCの辺ABを $1:2$ に内分する点P、辺ACを $3:1$ に内分する点Qを取る。線分BQと線分CPの交点をRとする。(1) $BR:RQ$ を求めよ。(2) $S_{RBC}:S_{ABC}$ を求めよ。



(1) $BR:RQ = 8:$ (2)

$S_{RBC}:S_{ABC} = 2:$

DRILL 記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1 メネラウスの定理で、1本の直線が三角形の3辺 (の延長を含む) を切るとき、辺の延長上にある点の個数はなぜ0個や2個にはならず、必ず1個か3個になるのか、理由を説明せよ。

記2 三角形ABCの辺BC上の点D、辺CA上の点E、辺AB上の点Fがあり、3直線AD, BE, CFが1点で交わっている。 $BD:DC = 3:5$ 、 $AF:FB = 2:3$ のとき、 $CE:EA$ を、チェバの定理を用いて根拠を示しながら求めよ。

