

図形の性質 まとめ

問題プリント（全27問）

氏名 _____

得点 /27点

DRILL

まとめテスト（標準）

基本（1～15）

1 角の二等分線と比

三角形ABCで $AB = 10$, $AC = 15$, $BC = 20$ 。∠Aの二等分線がBCと交わる点をDとすると、BD, DCの長さを求めよ。

BD= DC=

2 重心の性質（2:1）

三角形ABCの重心をGとする。中線AM（頂点Aから辺BCの中点Mまで）の長さが27のとき、AG, GMの長さを求めよ。

AG= GM=

3 内接円の半径

3辺が9, 12, 15の直角三角形の内接円の半径 r を求めよ。

r =

4 外接円の半径

3辺が7, 24, 25の直角三角形の外接円の半径 R を求めよ。

R =

5 チェバの定理

三角形ABCで、3直線AD, BE, CFが1点で交わっている。 $BD : DC = 5 : 4$, $CE : EA = 3 : 2$ のとき、 $AF : FB$ を求めよ。

$AF : FB = 8 :$

6 メネラウスの定理

1本の直線が、辺BC上の点D、辺CA上の点Eを通り、辺ABの延長上の点Fを通っている。 $BD : DC = 2 : 5$, $CE : EA = 3 : 1$ のとき、 $AF : FB$ を求めよ。

$AF : FB = 5 :$

7 中心角→円周角

円Oにおいて、弧ABに対する中心角が 130° であるとき、弧ABに対する円周角∠APBを求めよ。

∠APB= 度

8 内接四角形・対角の和

円に内接する四角形ABCDにおいて、∠A = 110° である。∠Cを求めよ。

∠C= 度

9 接線の長さは等しい

円Oの外部の点Pから円に2本の接線を引き、接点をそれぞれA, Bとする。 $PA = 9$ のとき、 PB を求めよ。

PB=

10

方べき・2弦（内部の点）

円の内部の点Pで2本の弦AB, CDが交わっている。 $PA = 5$, $PB = 8$, $PC = 4$ のとき、 PD を求めよ。

PD=

11

方べき・接線と割線（外部の点）

円Oの外部の点Pから接線PT（Tは接点）と割線を引く。割線は円とA（近い方）, B（遠い方）で交わり、 $PA = 4$, $AB = 12$ である。 PT を求めよ。

PT=

12

空間図形・平行な辺

立方体ABCD-EFGH（前面ABCD、後面EFGH、 $AE \cdot BF \cdot CG \cdot DH$ が奥行きの辺）において、辺AEと平行な辺（辺AE自身は除く）は何本あるか。

本数

13

オイラーの多面体定理

ある凸多面体の頂点の数は $V = 10$ 、辺の数は $E = 15$ である。オイラーの多面体定理を使って、面の数 F を求めよ。

$F =$

14

平面が決まる条件

空間内に、互いに平行な2本の直線がある。この2直線を含む平面はいくつあるか。

平面の個数 個

15

外接円の半径

3辺が10, 24, 26の直角三角形の外接円の半径 R を求めよ。

R=

発展（16～25）

16

重心+チェバの融合

三角形ABCの辺BCの中点をD、辺AB上の点をF（ $AF : FB = 3 : 1$ ）とする。3直線AD, BE, CFが1点で交わるように辺CA上に点Eをとるとき、 $CE : EA$ を求めよ。

$CE : EA = 1 :$

17

方べき・2次方程式（2弦）

円の内部の点Pを通る2本の弦があり、一方は $PA = x$, $PB = x + 3$ 、他方は $PC = 6$, $PD = 9$ である。方べきの定理を用いて x の値を求めよ（ x は正の実数とする）。

$x =$

18

方べき・2次方程式（接線と割線）

円Oの外部の点Pから接線PT（Tは接点）と割線を引く。割線は円とA（近い方）, B（遠い方）で交わり、 $AB = 5$, $PT = 6$ である。 $PA(= x)$ の値を求めよ（ x は正の実数とする）。

$x =$

19

オイラーの多面体定理

正二十面体は頂点の数 $V = 12$ 、辺の数 $E = 30$ である。オイラーの多面体定理を用いて、面の数 F を求めよ。

$F =$

20

外角の二等分線（外分）

三角形ABCで $AB = 14$, $AC = 21$, $BC = 25$ 。 $\angle A$ の外角の二等分線が、辺BCの延長と交わる点をEとする（Eは辺BCの外側、B側の延長上にある）。BE, CEの長さを求めよ。

BE= CE=

21

接弦定理+内接四角形の総合

円に内接する四角形ABCDで対角線ACを引く。点Aにおける接線と辺ABのなす角（弧ABをはさむ側の角）が 35° 、 $\angle BCD = 95^\circ$ のとき、 $\angle ACD$ の大きさを求めよ。

$\angle ACD =$ 度

22

角の二等分線の比+チェバの融合

三角形ABCで、 $\angle A$ の二等分線が辺BCと交わる点をDとする。 $AB = 9$, $AC = 15$ とする。辺CA上の点E ($CE : EA = 2 : 1$)、辺AB上の点Fがあり、3直線AD, BE, CFが1点で交わっているとき、 $AF : FB$ を求めよ。

$AF : FB = 5 :$

23

立方体の切断

1辺の長さが4の立方体がある。1つの頂点に集まる3本の辺の先（つまりその頂点に隣り合う3つの頂点）を通る平面で、立方体の角を切り落とす。切り口にできる三角形の1辺の長さを求めよ。

1辺の長さ

24

内心と角度 ($\angle BIC = 90^\circ + A/2$)

三角形ABCの内心をIとする。 $\angle BIC = 142^\circ$ のとき、 $\angle A$ の大きさを求めよ。

$\angle A =$ 度

25

方べき・比+2次方程式 (総仕上げ)

円の外部の点Pから接線PTを引き、Tを接点とする。また、Pを通る割線が円とA, B (Aが近い方) で交わり、 $PA : AB = 2 : 3$ である。 $PT = 10$ のとき、 PA の長さを求めよ ($PA = x$ とおき、 x は正の実数とする)。

PA=

DRILL 記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

「角の二等分線と比の定理」「チェバの定理」「メネラウスの定理」は、どれも三角形の辺を分ける点の比を扱っているが、それぞれ何が同じで何が違うのかを、図の中に出てくる「線の本数」や「関係する点の個数」に着目して説明せよ。

記2

この章は、三角形の性質 (1ページ) から始まり、比の定理 (2ページ)、円の性質 (3ページ)、そして作図・空間図形 (4ページ) へと話題が進んでいく。一見バラバラに見えるこの4つのテーマに共通する、図形の性質を調べるときの基本的な考え方を、具体例を1つ挙げながら説明せよ。

E X A M

共通テスト形式チャレンジ（大問1）

目標時間 8分／配点 20点

花子さんの住む町の公園には円形の池がある。花子さんと太郎さんは、池の外側の点Pから2本のまっすぐな道を引いて、円の性質を使って池に関係する長さを求めようとしている。

先生「1本目の道はPから池に入る点をA、出る点をBとし、 $PA = 8\text{m}$ 、 $AB = 10\text{m}$ とする。2本目の道はPから入る点をC、出る点をDとし、 $PC = 9\text{m}$ とする。」

花子「方べきの定理を使えば、道の長さから池の中の距離もわかりそうですね。」

- (1) まず PB の長さを求めよ。 $PB = PA + AB = \boxed{\text{ア}}\boxed{\text{イ}}\text{m}$ である。次に方べきの定理 $PA \times PB = PC \times PD$ を用いて、 PD の長さを求めよ。 $PD = \boxed{\text{ウ}}\boxed{\text{エ}}\text{m}$ である。

アイ ウエ

- (2) 太郎「池にはもう1本、点Pから接するように引ける道があるはずです。」点Pから池に引いた接線をPT（Tは接点）とする。 $PT^2 = PA \times PB = \boxed{\text{オ}}\boxed{\text{カ}}\boxed{\text{キ}}$ なので、 $PT = \boxed{\text{ク}}\boxed{\text{ケ}}\text{m}$ である。

オカキ クケ

- (3) 花子「接点Tのところで、道PTと池の縁に沿って引いた弦TAがつくる角を測ったら 35° でした。」この角（点Pの側にある弧TAをはさむ角）を接弦定理に使うと、反対側の円周角 $\angle TXA$ （Xは弧の反対側の円周上の点）は $\boxed{\text{コ}}\boxed{\text{サ}}$ 度である。さらにこの弧TAに対する中心角は $\boxed{\text{シ}}\boxed{\text{ス}}$ 度である。

コサ シス

E X A M

共通テスト形式チャレンジ（大問2）

目標時間 8分／配点 20点

花子さんのクラスは、文化祭で三角形の形をした案内看板を作ることになった。看板を支える支柱の位置を、角の二等分線やチェバの定理・メネラウスの定理を使って決めることにした。

先生「看板の三角形の辺の長さは、 $AB = 16$, $AC = 24$, $BC = 30$ とする。頂点Aから角の二等分線を引いて、辺BCと交わる点をDとしよう。」

- (1) 角の二等分線と比の定理を用いて、BD, DCの長さを求めよ。 $BD = \boxed{\text{ア}}\boxed{\text{イ}}$ 、 $DC = \boxed{\text{ウ}}\boxed{\text{エ}}$ である。

アイ ウエ

- (2) 太郎「支柱をもう1本、辺AB上の点Fに立てて、直線AD, CFと辺CA上の点Eを結んだ直線BEが1点で交わるようにしたいです。」先生「辺CA上の点Eを $CE : EA = 3 : 4$ となるようにとろう。」チェバの定理を用いて、 $AF : FB$ を求めよ。 $AF : FB = \boxed{\text{オ}} : \boxed{\text{カ}}$ である。

オ カ

- (3) 3直線AD, BE, CFの交点をPとする。三角形ABDに、直線CPF（Fは辺AB上、Pは辺AD上、Cは辺BDの延長上）についてメネラウスの定理を用いると、 $AP : PD = \boxed{\text{キ}}\boxed{\text{ク}} : \boxed{\text{ケ}}$ である。

キク ケ