

独立な試行・反復試行

解答（全23問）

氏名 _____

得点 _____ / 23点

DRILL

練習問題（全18問）

基本（1～7）

1

独立な試行の基本

コインを2回投げるとき、2回とも表が出る確率を求めよ。

確率 1/4

1回ごとに表が出る確率は $\frac{1}{2}$ 。2回の独立な試行なのでかけ算する。

$$P = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

2

独立な試行（異なる種類の試行）

さいころを1回、コインを1回投げるとき、さいころは偶数の目が出て、かつコインは裏が出る確率を求めよ。

確率 1/4

さいころで偶数が出る確率は $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 、コインで裏が出る確率は $\frac{1}{2}$ 。さいころとコインは互いに独立。

$$P = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

3

反復試行の公式

コインを3回投げるとき、ちょうど2回表が出る確率を求めよ。

確率 3/8

$$n = 3, r = 2, p = \frac{1}{2}$$

$$P = {}_3C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 3 \times \frac{1}{8}$$

$$P = \frac{3}{8}$$

4

反復試行の公式（ $p=1/6$ ）

さいころを4回投げるとき、ちょうど1回だけ「1の目」が出る確率を求めよ。

確率 125/324

$$n = 4, r = 1, p = \frac{1}{6}$$

$$P = {}_4C_1 \left(\frac{1}{6}\right)^1 \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 4 \times \frac{1}{6} \times \frac{125}{216} = \frac{500}{1296}$$

$$P = \frac{125}{324}$$

5

場合分け（表4連続 or 裏4連続）

コインを4回投げるとき、4回とも同じ面（表4回続けて、または裏4回続けて）が出る確率を求めよ。

確率 1/8

「表4回」と「裏4回」は同時には起こらない（排反）ので、それぞれの確率を足す。

$$P(\text{表4回}) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}, \quad P(\text{裏4回}) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

$$P = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

6

少なくとも1回（余事象）

さいころを2回投げるとき、少なくとも1回は偶数の目が出る確率を求めよ。

確率 3/4

余事象は「2回とも偶数以外（奇数）が出る」。1回で偶数以外が出る確率は $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 。

$$P(\text{2回とも奇数}) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$P = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

7

反復試行の公式（n=5）

コインを5回投げるとき、ちょうど3回表が出る確率を求めよ。

確率 5/16

$$n = 5, r = 3, p = \frac{1}{2}$$

$$P = {}_5C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 10 \times \frac{1}{32}$$

$$P = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

- 8 さいころを3回投げるとき、ちょうど2回「6の目」が出る確率を求めよ。

確率 5/72

$$\begin{aligned}n &= 3, r = 2, p = \frac{1}{6} \\P &= {}_3C_2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^1 = 3 \times \frac{1}{36} \times \frac{5}{6} = \frac{15}{216} \\P &= \frac{5}{72}\end{aligned}$$

- 9 さいころを6回投げるとき、「1の目」がちょうど1回出る確率を求めよ。

確率 3125/7776

$$\begin{aligned}n &= 6, r = 1, p = \frac{1}{6} \\P &= {}_6C_1 \left(\frac{1}{6}\right)^1 \left(\frac{5}{6}\right)^5 = 6 \times \frac{1}{6} \times \frac{3125}{7776} \quad ({}_6C_1 \text{と} \frac{1}{6} \text{が打ち消し合う}) \\P &= \frac{3125}{7776}\end{aligned}$$

- 10 コインを6回投げるとき、ちょうど4回表が出る確率を求めよ。

確率 15/64

$$\begin{aligned}n &= 6, r = 4, p = \frac{1}{2} \\P &= {}_6C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 15 \times \frac{1}{64} \\P &= \frac{15}{64}\end{aligned}$$

- 11 さいころを3回投げるとき、少なくとも1回は「1の目」が出る確率を求めよ。

確率 91/216

余事象は「3回とも1の目が出ない」。

$$P(3回とも出ない) = \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$$

$$P = 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$$

- 12 コインを5回投げるとき、少なくとも2回は表が出る確率を求めよ。

確率 13/16

余事象は「表が0回または1回」。

$$P(0回) = {}_5C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}, \quad P(1回) = {}_5C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{5}{32}$$

$$P(0回または1回) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}$$

$$P = 1 - \frac{3}{16} = \frac{13}{16}$$

- 13 あるバスケットボール選手のシュート成功率は $\frac{3}{4}$ である。この選手が3回シュートを打つとき、ちょうど2回成功する確率を求めよ（各回は独立とする）。

確率 27/64

$$n = 3, r = 2, p = \frac{3}{4}$$
$$P = {}_3C_2 \left(\frac{3}{4}\right)^2 \left(\frac{1}{4}\right)^1 = 3 \times \frac{9}{16} \times \frac{1}{4}$$

$$P = \frac{27}{64}$$

- 14 成功率 $\frac{2}{3}$ の選手が4回シュートを打つとき、少なくとも3回成功する確率を求めよ。

確率 16/27

「少なくとも3回」 = 「ちょうど3回」 + 「ちょうど4回」。

$$P(3回) = {}_4C_3 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^1 = 4 \times \frac{8}{27} \times \frac{1}{3} = \frac{32}{81}$$

$$P(4回) = {}_4C_4 \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$$

$$P = \frac{32}{81} + \frac{16}{81} = \frac{48}{81} = \frac{16}{27}$$

挑戦 (15~18)

- 15 ちょうどk回目に成功が起こる型

コインを投げて表が出たら「成功」とする。5回目にちょうど3回目の表が出る確率を求めよ。

確率 3/16

「5回目に3回目の表」 = 「最初の4回のうち2回だけ表が出て、5回目が表になる」。

$k = 5, r = 3, p = \frac{1}{2}$ より、最初の4回で2回表が出る場合の数は ${}_4C_2$ 通り。

$$P = {}_4C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} = 6 \times \frac{1}{32}$$

$$P = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}$$

あるフリースロー選手の成功率は $\frac{3}{5}$ である。3回投げるとき、ちょうど2回成功する確率を求めよ。

確率 $\frac{54}{125}$

$$n = 3, r = 2, p = \frac{3}{5}$$

$$P = {}_3C_2 \left(\frac{3}{5}\right)^2 \left(\frac{2}{5}\right)^1 = 3 \times \frac{9}{25} \times \frac{2}{5} = \frac{54}{125}$$

$$P = \frac{54}{125}$$

さいころを投げて「6の目」が出たら「成功」とする。5回目にちょうど2回目の成功が起こる確率を求めよ。

確率 $\frac{125}{1944}$

「5回目に2回目の成功」 = 「最初の4回のうち1回だけ成功し、5回目が成功する」。

$k = 5, r = 2, p = \frac{1}{6}$ より、最初の4回で1回成功する場合の数は ${}_4C_1$ 通り。

$$P = {}_4C_1 \left(\frac{1}{6}\right)^1 \left(\frac{5}{6}\right)^3 \times \frac{1}{6} = 4 \times \frac{1}{6} \times \frac{125}{216} \times \frac{1}{6} = \frac{500}{7776}$$

$$P = \frac{125}{1944}$$

さいころを投げて「6の目」が出たら「成功」とする。6回目にちょうど2回目の成功が起こる確率を求めよ。

確率 3125/46656

「6回目に2回目の成功」＝「最初の5回のうち1回だけ成功し、6回目が成功する」。

$k = 6, r = 2, p = \frac{1}{6}$ より、最初の5回で1回成功する場合の数は ${}_5C_1$ 通り。

$$P = {}_5C_1 \left(\frac{1}{6}\right)^1 \left(\frac{5}{6}\right)^4 \times \frac{1}{6} = 5 \times \frac{1}{6} \times \frac{625}{1296} \times \frac{1}{6} = \frac{3125}{46656}$$

$$P = \frac{3125}{46656}$$

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。3種類の結果がある反復・数直線上の点の移動・勝負の行方など、入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

3種類の結果がある反復（組合せの考え方で数える）

さいころを4回投げるとき、「1の目」がちょうど1回、「2の目」がちょうど1回、それ以外の目がちょうど2回出る確率を求めよ。

確率 4/27

結果が3種類（1の目・2の目・それ以外）あるときも、組合せの考え方で「どの回が何になるか」を段階的に選べばよい。

手順1 4回のうち、どの1回が「1の目」になるかを選ぶ $\rightarrow {}_4C_1 = 4$ 通り

手順2 残り3回のうち、どの1回が「2の目」になるかを選ぶ $\rightarrow {}_3C_1 = 3$ 通り

手順3 残った2回は自動的に「それ以外」になる

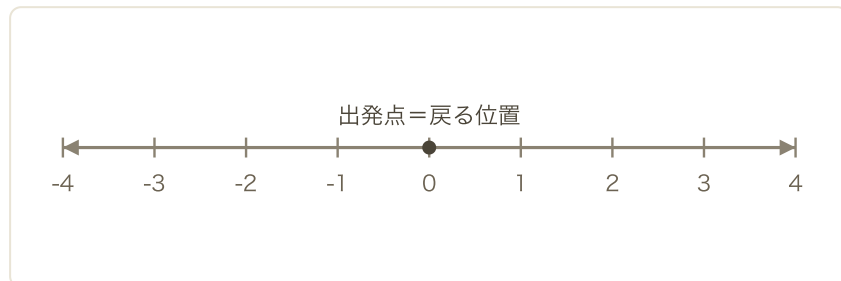
これで場合の数は $4 \times 3 = 12$ 通り。そのどれもが確率

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} = \left(\frac{1}{6}\right) \times \left(\frac{1}{6}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{36} \times \frac{4}{9} = \frac{4}{324} = \frac{1}{81}$$

で同じなので、まとめて

$$P = 12 \times \frac{1}{81} = \frac{12}{81} = \frac{4}{27}$$

数直線上の原点0に点Pがある。コインを1回投げると、表が出れば+1、裏が出れば-1だけPを動かす。コインを4回投げるとき、Pが最初の位置（原点）に戻る確率を求めよ。



コインを投げるたびに+1か-1だけ動く。4回投げて出発点（原点）に戻るには、+1の回数と-1の回数が同数（2回ずつ）である必要がある。

確率 3/8

Pが原点に戻るには、+1（表）の回数と-1（裏）の回数が同じでなければならない。4回のうち表が2回・裏が2回のときだけ、位置は $2 \times (+1) + 2 \times (-1) = 0$ になる。

これは「4回中ちょうど2回表が出る」反復試行の確率と同じ。

$$P = {}_4C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 6 \times \frac{1}{16}$$

$$P = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

応3

先に3勝する確率（最後の1回を分けて考える）

AとBが対戦を繰り返すゲームがあり、1回の対戦でAが勝つ確率は $\frac{3}{5}$ 、Bが勝つ確率は $\frac{2}{5}$ である（引き分けはない）。先に3勝した方を優勝とすると、ちょうど4試合目でAが優勝を決める確率を求めよ。

確率 162/625

「4試合目でAが優勝を決める」＝「最初の3試合でAがちょうど2勝し、4試合目もAが勝つ」（4試合目より前に3勝してしまうと、そこで勝負が終わってしまうため）。

最初の3試合でAが2勝する場合の数は ${}_3C_2 = 3$ 通り。

$$P = {}_3C_2 \left(\frac{3}{5}\right)^2 \left(\frac{2}{5}\right)^1 \times \frac{3}{5} = 3 \times \frac{9}{25} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{162}{625}$$

$$P = \frac{162}{625}$$

応4

3種類の結果がある反復（じゃんけん）

1人でじゃんけんの手をランダムに出す機械を相手に3回対戦する。1回ごとに「勝ち」「あいこ」「負け」がそれぞれ確率 $\frac{1}{3}$ で起こるとき、3回のうちちょうど1回勝ち・ちょうど1回あいこ・ちょうど1回負けとなる確率を求めよ。

確率 2/9

応1と同じ考え方で、段階的に選んでいく。

手順1 3回のうち、どの1回が「勝ち」かを選ぶ $\rightarrow {}_3C_1 = 3$ 通り

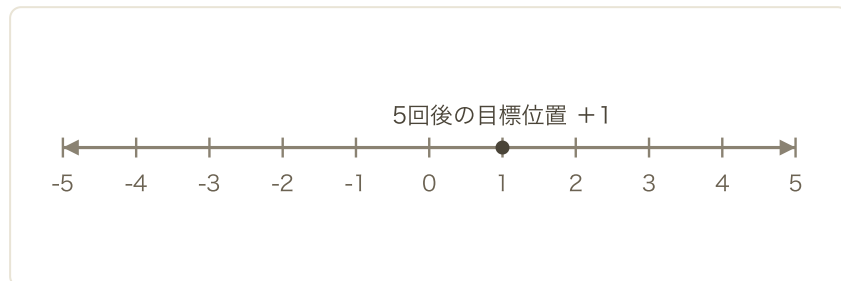
手順2 残り2回のうち、どちらが「あいこ」かを選ぶ $\rightarrow {}_2C_1 = 2$ 通り

手順3 残った1回は自動的に「負け」になる

場合の数は $3 \times 2 = 6$ 通り。どのパターンも確率は $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$ で同じなので、

$$P = 6 \times \frac{1}{27} = \frac{6}{27} = \frac{2}{9}$$

数直線上の原点0に点Pがある。コインを1回投げるごとに、表が出れば+1、裏が出れば-1だけPを動かす。コインを5回投げるとき、5回終了時点でPの位置が+1である確率を求めよ。



5回動かして位置が+1になるには、表（+1）の回数から裏（-1）の回数を引いた差が+1でなければならない。表が a 回、裏が $5-a$ 回なら位置は $a-(5-a)=2a-5$ なので、 $2a-5=1$ より $a=3$ 。

確率 5/16

表が a 回、裏が $5-a$ 回出たとすると、位置は $a \times (+1) + (5-a) \times (-1) = 2a - 5$ 。
これが+1になるのは $2a - 5 = 1$ 、つまり $a = 3$ のとき。

つまり「5回中ちょうど3回表が出る」確率を求めればよい。

$$P = {}_5C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 10 \times \frac{1}{32}$$

$$P = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$