

確率の基本

解答（全25問）

氏名 _____

得点 _____ / 25点

DRILL

練習問題（全20問）

基本（1～8）

1

同様に確からしい・基本

さいころを1個投げるとき、3の倍数の目が出る確率を求めよ。

確率 1/3

3の倍数の目は 3, 6 の2通り。全事象は6通り。

$$P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

2

さいころ2個・和

さいころ2個を同時に投げるとき、目の和が7になる確率を求めよ。

確率 $\frac{1}{6}$

目の和が7になるのは $(1, 6)(2, 5)(3, 4)(4, 3)(5, 2)(6, 1)$ の6通り。全事象は36通り。

$$P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

3

さいころ2個・差

さいころ2個を同時に投げるとき、出た目の差の絶対値が2になる確率を求めよ。

確率 $\frac{2}{9}$

差の絶対値が2になるのは $(1, 3)(3, 1)(2, 4)(4, 2)(3, 5)(5, 3)(4, 6)(6, 4)$ の8通り。
全事象は36通り。

$$P = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

4

玉の取り出し

赤玉4個、白玉1個が入った袋から1個取り出すとき、白玉である確率を求めよ。

確率 $\frac{1}{5}$

玉は合計5個、白玉は1個。

$$P = \frac{1}{5}$$

5

カードと素数

1から10までの数字が1つずつ書かれた10枚のカードから1枚引くとき、素数が書かれている確率を求めよ。

確率 2/5

1から10の素数は 2, 3, 5, 7 の4個。

$$P = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

6

トランプ

52枚のトランプから1枚引くとき、ハートである確率を求めよ。

確率 1/4

トランプは4種類（スペード・ハート・ダイヤ・クラブ）が各13枚ずつ。ハートは13枚。

$$P = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

7

くじ引き

当たりくじ3本、はずれくじ7本の合計10本の中から1本引くとき、当たる確率を求めよ。

確率 3/10

くじは合計10本、当りは3本。

$$P = \frac{3}{10}$$

硬貨を2枚同時に投げるとき、表がちょうど1枚だけ出る確率を求めよ。

確率 $\frac{1}{2}$

起こりうる場合は（表,表）（表,裏）（裏,表）（裏,裏）の4通り。表がちょうど1枚は（表,裏）（裏,表）の2通り。

$$P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

標準（9～16）

- 9 赤玉4個、白玉3個が入った袋から同時に2個取り出すとき、2個とも赤玉である確率を求めよ。

確率 $\frac{2}{7}$

玉は合計7個。全事象 $n(U) = {}_7C_2 = 21$ 、2個とも赤玉 $n(A) = {}_4C_2 = 6$ 。

$$P = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

- 10 赤玉4個、白玉3個が入った袋から同時に2個取り出すとき、赤玉と白玉が1個ずつである確率を求めよ。

確率 $\frac{4}{7}$

全事象 $n(U) = {}_7C_2 = 21$ 。赤1個・白1個の選び方は $n(A) = {}_4C_1 \times {}_3C_1 = 12$ 。

$$P = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

- 11 男子4人、女子3人の合計7人から3人を選ぶとき、女子がちょうど1人選ばれる確率を求めよ。

確率 18/35

全事象 $n(U) = {}_7C_3 = 35$ 。女子1人・男子2人の選び方は $n(A) = {}_3C_1 \times {}_4C_2 = 3 \times 6 = 18$ 。

$$P = \frac{18}{35}$$

- 12 1から9までの数字が1つずつ書かれた9枚のカードから同時に2枚引くとき、2枚とも偶数である確率を求めよ。

確率 1/6

1～9の偶数は 2, 4, 6, 8 の4枚。全事象 $n(U) = {}_9C_2 = 36$ 、2枚とも偶数 $n(A) = {}_4C_2 = 6$ 。

$$P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

- 13 当たりくじ2本、はずれくじ5本の合計7本から同時に2本引くとき、2本とも当たる確率を求めよ。

確率 1/21

全事象 $n(U) = {}_7C_2 = 21$ 。2本とも当たり $n(A) = {}_2C_2 = 1$ 。

$$P = \frac{1}{21}$$

14

余事象を利用

赤玉5個、白玉4個の合計9個が入った袋から同時に3個取り出すとき、少なくとも1個は白玉である確率を求めよ。

確率 37/42

「少なくとも1個は白玉」の余事象は「3個とも赤玉」。

全事象 $n(U) = {}_9C_3 = 84$ 、余事象 $n(\overline{A}) = {}_5C_3 = 10$ 、 $P(\overline{A}) = \frac{10}{84} = \frac{5}{42}$

$$P(A) = 1 - \frac{5}{42} = \frac{37}{42}$$

15

余事象を利用

さいころ2個を同時に投げるとき、少なくとも一方が偶数の目である確率を求めよ。

確率 3/4

「少なくとも一方が偶数」の余事象は「両方とも奇数」。奇数の目は1, 3, 5の3通りずつなので、余事象は $3 \times 3 = 9$ 通り。全事象は36通り。

$$P(\overline{A}) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

$$P(A) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

16

余事象を利用

当たりくじ4本、はずれくじ6本の合計10本から同時に3本引くとき、少なくとも1本は当たる確率を求めよ。

確率 5/6

「少なくとも1本当たる」の余事象は「3本ともはずれ」。

$$\text{全事象 } n(U) = {}_{10}C_3 = 120、\text{余事象 } n(\overline{A}) = {}_6C_3 = 20、P(\overline{A}) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

$$P(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

挑戦 (17~20)

17

和事象の公式

1から20までの整数から1つ選ぶとき、3の倍数または5の倍数である確率を求めよ。

確率 9/20

A : 3の倍数、 B : 5の倍数とする。

$n(A) = 6$ (3, 6, ..., 18)、 $n(B) = 4$ (5, 10, 15, 20)、 $n(A \cap B) = 1$ (15の倍数は15のみ)

$$n(A \cup B) = 6 + 4 - 1 = 9$$

$$P(A \cup B) = \frac{9}{20}$$

18

絵札とハートの重なり

52枚のトランプから1枚引くとき、絵札（J,Q,K）またはハートである確率を求めよ。

確率 11/26

絵札はJ,Q,Kが4種類ずつあるので $n(A) = 3 \times 4 = 12$ 。ハートは $n(B) = 13$ 。

絵札とハートの両方（ハートのJ,Q,K）は $n(A \cap B) = 3$ 。

$$n(A \cup B) = 12 + 13 - 3 = 22$$

$$P(A \cup B) = \frac{22}{52} = \frac{11}{26}$$

19

隣り合う配置

男子4人、女子2人の合計6人が1列に並ぶとき、女子2人が隣り合う確率を求めよ。

確率 1/3

全事象（並び方の総数） $n(U) = 6! = 720$ 。

女子2人が隣り合う場合は、女子2人を1つのかたまりとみて、男子4人+かたまり1つの5つを並べ（5! 通り）、かたまりの中で女子2人の並び方が 2! 通り。

$$n(A) = 5! \times 2! = 120 \times 2 = 240$$

$$P(A) = \frac{240}{720} = \frac{1}{3}$$

A,B,Cの3人が1回じゃんけんをするとき、あいこ（引き分け）になる確率を求めよ。

確率 $\frac{1}{3}$

1人がグー・チョキ・パーの3通りを出すので、全事象は $n(U) = 3^3 = 27$ 。

あいこになるのは「3人とも同じ手」または「3人ともバラバラの手」のとき。

3人とも同じ手：3通り（全員グー／全員チョキ／全員パー）

3人ともバラバラ：3種類の手を3人に割り当てる並べ方なので $3! = 6$ 通り

合計 $n(A) = 3 + 6 = 9$

$$P(A) = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。じゃんけん・完全順列・包除原理など、入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

3人でじゃんけん・ちょうど2人勝ち

A,B,Cの3人が1回じゃんけんをするとき、ちょうど2人が勝つ（1人だけが負ける）確率を求めよ。

確率 $\frac{1}{3}$

全事象は $n(U) = 3^3 = 27$ （練習問題20と同じ）。

3人の手の出方は次の3パターンに分かれる。

(i) 3人とも同じ手（あいこ）：3通り

(ii) 3人ともバラバラの手（あいこ）： $3! = 6$ 通り

(iii) 2人が同じ手・1人だけ違う手（勝敗がつく）：残り $27 - 3 - 6 = 18$ 通り

(iii) の18通りをさらに分析する。「2人組の手」を3通り、その2人と違う「1人の手」を2通り選び、さらに「誰が1人組になるか」を3通り選ぶので、 $3(\text{誰が1人}) \times 3(2人組の手) \times 2(1人の手) = 18$ 通りと数えられる。

このうち、2人組の手と1人の手のじゃんけんの勝敗は、手の組み合わせ（グーとチョキ／チョキとパー／パーとグー）ごとに「2人組が勝つ」か「1人が勝つ」かのどちらか一方に決まり、それぞれのケースが同数ずつ現れる（グーとチョキの組ならグー側が勝ち、パーとグーの組ならパー側が勝つ、というように2人組・1人組のどちらが勝つかは半々に分かれる）。

したがって18通りは「2人が勝つ（1人が負ける）」9通りと「1人が勝つ（2人が負ける）」9通りに等分される。

$$\text{ちょうど2人が勝つ確率 } P = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

4人A,B,C,Dが、飲み会の前と同じ席にはもう一度座らないように、4つの席にランダムに座り直す。このとき、4人全員が自分の元の席とは違う席に座る確率を求めよ。（元の席をそれぞれA,B,C,Dの席とする）

確率 $\frac{3}{8}$

全事象（席の座り方の総数）は $n(U) = 4! = 24$ 。

「全員が自分の元の席以外に座る」並び方（完全順列）を、元の順序をA,B,C,Dとして実際に数え上げる。1文字目から順にA,B,C,Dの席に誰が座るかを並べて書き、すべての24通りのうち、i番目の文字が元の文字（1番目がA、2番目がB、3番目がC、4番目がD）と一致しないものだけを拾うと、次の9通りが見つかる。

BADC BCDA BDAC
CADB CDAB CDBA
DABC DCAB DCBA

（例えばBADCは、A席にB、B席にA、C席にD、D席にCが座る配置で、全員が元の席と違う席になっている。一方ABDCのように1文字目がAのままの並びは、Aが元の席に戻ってしまうので条件を満たさず除外する。）

数え上げると完全順列は $n(A) = 9$ 通り。

$$P(A) = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

応3

余事象+和事象の公式

1から100までの整数から1つ選ぶとき、3の倍数でも5の倍数でもない確率を求めよ。

確率 53/100

「3の倍数でも5の倍数でもない」の余事象は「3の倍数または5の倍数」。まずこちらを和事象の公式で求める。

A : 3の倍数、 B : 5の倍数とすると

$n(A) = 33$ ($\lfloor 100/3 \rfloor = 33$)、 $n(B) = 20$ ($100/5 = 20$)、 $n(A \cap B) = 6$ (15の倍数、 $\lfloor 100/15 \rfloor = 6$)

$$n(A \cup B) = 33 + 20 - 6 = 47, P(A \cup B) = \frac{47}{100}$$

求めたいのはこの余事象なので

$$P = 1 - \frac{47}{100} = \frac{53}{100}$$

応4

組合せの数え上げ

1から9までの数字が1つずつ書かれた9枚のカードから同時に2枚を取り出すとき、2枚の数字の和が5の倍数になる確率を求めよ。

確率 2/9

全事象 $n(U) = {}_9C_2 = 36$ 。

2枚の数字の和は最小 $1 + 2 = 3$ 、最大 $8 + 9 = 17$ なので、5の倍数になりうるのは和が5、10、15のとき。それぞれ全部書き出す。

和が5 : $(1, 4)(2, 3)$ の2通り

和が10 : $(1, 9)(2, 8)(3, 7)(4, 6)$ の4通り ((5, 5)は同じカードを2枚使うことになるので不可)

和が15 : $(6, 9)(7, 8)$ の2通り

合計 $n(A) = 2 + 4 + 2 = 8$

$$P(A) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

さいころを3回投げるとき、少なくとも1回は6の目が出る確率を求めよ。

確率 91/216

「少なくとも1回は6の目が出る」の余事象は「3回とも6の目が出ない」。

1回の試行で6の目が出ない確率は $\frac{5}{6}$ 。3回とも6以外が出る確率は

$$P(\overline{A}) = \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{125}{216}$$

$$P(A) = 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$$