

組合せ

解答（全25問）

氏名 _____

得点 _____ /25点

DRILL

練習問題（全20問）

基本（1～8）

1

nCr の基本計算

${}_4C_2$ の値を求めよ。

答え 6

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

$${}_4C_2 = 6$$

2

nCrの基本計算

${}_5C_3$ の値を求めよ。

答え 10

$${}_5C_3 = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = \frac{60}{6} = 10$$

$${}_5C_3 = 10$$

3

nCrの基本計算

${}_6C_2$ の値を求めよ。

答え 15

$${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

$${}_6C_2 = 15$$

4

 $nCr = nC(n-r)$ を利用 ${}_7C_4$ の値を求めよ。答え 35

そのまま計算すると分子が4個の掛け算で大変なので、性質「 ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$ 」を使う。

$${}_7C_4 = {}_7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = \frac{210}{6} = 35$$

$${}_7C_4 = 35$$

5

 $nCr = nC(n-r)$ を利用 ${}_9C_7$ の値を求めよ。答え 36

選ばない $9 - 7 = 2$ 個の方で計算する。

$${}_9C_7 = {}_9C_2 = \frac{9 \times 8}{2 \times 1} = 36$$

$${}_9C_7 = 36$$

6

委員会を作る＝組合せ

10人の中から3人を選んで委員会を作る方法は何通りあるか。(委員に役割の違いはない)

答え 120

役割の違いがない＝順序を考えないので組合せ。

$${}_{10}C_3 = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = \frac{720}{6} = 120$$

委員会の作り方は 120 通り

7

点から線分を作る＝2点の組合せ

円周上に8個の点がある。この中から異なる2点を選んで結ぶとき、引ける線分は何本あるか。

答え 28

2点を選ぶ順序は関係なく、選んだ2点を結べば線分が1本決まる。

$${}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$$

引ける線分は 28 本

8

点から三角形を作る=3点の組合せ

円周上に6個の点がある（どの3点も一直線上にはない）。この中から異なる3点を選んでできる三角形は何個あるか。

答え 20

3点を選べば、選び方1つにつき三角形がちょうど1個決まる（3点を結ぶ順序は関係ない）。

$${}_6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = \frac{120}{6} = 20$$

できる三角形は 20 個

標準（9～16）

9 12人を5人・7人の2つの、区別できる班（A班・B班）に分ける方法は何通りあるか。

答え 792

A班に入る5人を選べば、残り7人が自動的にB班になる。班の人数が違うので、区別があってもなくても数え方は変わらない。

$${}_{12}C_5 = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{95040}{120} = 792$$

分け方は 792 通り

- 10 8人を4人ずつ2つのグループに分ける。グループに区別がないとき、分け方は何通りあるか。

答え 35

まず区別があるとして計算する。

$${}_8C_4 \times {}_4C_4 = 70 \times 1 = 70$$

2つのグループはどちらも4人で人数が同じなので、区別をなくすと $2!$ 通り分の重複がある。

$$\frac{70}{2!} = 35$$

分け方は 35 通り

- 11 6人を2人ずつ3つのグループに分ける。グループに区別がないとき、分け方は何通りあるか。

答え 15

区別があるとして順に選んでいく。

$${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 = 15 \times 6 \times 1 = 90$$

3つのグループがすべて2人ずつで人数が同じなので、区別をなくすと $3! = 6$ 通り分の重複がある。

$$\frac{90}{3!} = \frac{90}{6} = 15$$

分け方は 15 通り

- 12 9人を4人・5人の2つの、区別できる班（A班・B班）に分ける方法は何通りあるか。

答え 126

A班に入る4人を選べば、残り5人が自動的にB班になる。

$${}_9C_4 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{3024}{24} = 126$$

分け方は 126 通り

- 13 正八角形の対角線は何本あるか。

答え 20

頂点は8個。2点を選んで結ぶ方法は ${}_8C_2 = 28$ 通り。このうち辺は8本なので、対角線は

$$28 - 8 = 20$$

正八角形の対角線は 20 本

- 14 正十二角形の対角線は何本あるか。

答え 54

頂点は12個。2点を選んで結ぶ方法は ${}_{12}C_2 = \frac{12 \times 11}{2} = 66$ 通り。このうち辺は12本なので、対角線は

$$66 - 12 = 54$$

正十二角形の対角線は 54 本

- 15 点(0,0)から点(4,3)まで、右または上にしか進めないとき、最短経路は何通りあるか。

答え 35

右に4回、上に3回、合計7回の移動のうち、上向きの2箇所…ではなく3箇所を選ぶ。

$${}_7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

最短経路は 35 通り

- 16 点(0,0)から点(6,2)まで、右または上にしか進めないとき、最短経路は何通りあるか。

答え 28

右に6回、上に2回、合計8回の移動のうち、上向きの2箇所を選ぶ。

$${}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$$

最短経路は 28 通り

挑戦 (17~20)

17

3つの区別できる班

9人を3人ずつ、A班・B班・C班という区別のある3つの班に分ける方法は何通りあるか。

答え 1680

A班→B班→C班の順に選んでいく。A班を選んだ残り6人からB班を選び、さらに残り3人が自動的にC班。

$${}_9C_3 \times {}_6C_3 \times {}_3C_3 = 84 \times 20 \times 1 = 1680$$

班に区別があるので、これで割る必要はない。

分け方は 1680 通り

18

3つの区別できない班

9人を3人ずつ3つのグループに分ける。グループに区別がないとき、分け方は何通りあるか。

答え 280

問題17と同じく、区別があるとして計算すると 1680 通り。3つのグループはすべて3人ずつで人数が同じなので、区別をなくすと $3! = 6$ 通り分の重複がある。

$$\frac{1680}{3!} = \frac{1680}{6} = 280$$

分け方は 280 通り

点(0,0)から点(6,4)まで、右または上にしか進めない経路のうち、点(2,2)を通るものは何通りあるか。

答え 90

経路を「(0,0)から(2,2)まで」と「(2,2)から(6,4)まで」の2つに分けて、それぞれの最短経路数をかけ算する。

(0,0)→(2,2)：右2回・上2回で合計4回移動。 ${}_4C_2 = 6$ 通り。

(2,2)→(6,4)：右4回(6-2)・上2回(4-2)で合計6回移動。 ${}_6C_2 = 15$ 通り。

積の法則より

$$6 \times 15 = 90$$

点(2,2)を通る最短経路は 90 通り

${}_7C_2 + {}_7C_3$ の値を、パスカルの三角形の性質を利用して求めよ。

答え 56

性質「 ${}_nC_r + {}_nC_{r+1} = {}_{n+1}C_{r+1}$ 」に $n = 7$, $r = 2$ を当てはめる。

$${}_7C_2 + {}_7C_3 = {}_8C_3$$

実際に ${}_7C_2 = 21$, ${}_7C_3 = 35$ で和は 56。一方 ${}_8C_3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$ で一致する。

$${}_7C_2 + {}_7C_3 = {}_8C_3 = 56$$

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。余事象・図形・本格的な組分けなど、入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

少なくとも1人＝余事象

8人の男性と4人の女性、合わせて12人の中から6人を選んで委員会を作る。この委員会に女性が少なくとも1人含まれるような選び方は何通りあるか。

答え 896

「女性が少なくとも1人」を直接数えようとする、女性1人の場合・2人の場合・・・と場合分けが多くて大変。こういうときは余事象（反対の場合）を使う。

「女性が少なくとも1人」の反対は「女性が0人＝全員男性」。

全体の選び方： ${}_{12}C_6 = 924$

全員男性（女性0人）の選び方：男性8人から6人を選ぶ

$${}_8C_6 = {}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$$

したがって、女性が少なくとも1人含まれる選び方は

$${}_{12}C_6 - {}_8C_6 = 924 - 28 = 896$$

女性が少なくとも1人含まれる選び方は 896 通り

平行な5本の直線と、それらすべてに交わる平行な4本の直線がある（同じ向きの直線同士は互いに平行、向きの違う直線同士は必ず1点で交わり、3本以上の直線が1点で重なることはないものとする）。これらの交点を頂点とする平行四辺形は何個できるか。

答え 60

平行四辺形が1つ決まるためには、5本の直線から2本、4本の直線から2本を選べばよい（向きの違う2組の平行線をそれぞれ2本ずつ選ぶと、その4本が囲む形はちょうど1つの平行四辺形になる）。

5本から2本選ぶ方法： ${}_5C_2 = 10$

4本から2本選ぶ方法： ${}_4C_2 = 6$

積の法則より

$$10 \times 6 = 60$$

平行四辺形は 60 個できる

12人を3人ずつ4つの部屋に入れる。(1)部屋に1号室・2号室・3号室・4号室という区別がある場合、(2)部屋の区別がない場合、それぞれ何通りの分け方があるか。

(1)区別あり 369600 (2)区別なし 15400

(1) 1号室→2号室→3号室→4号室の順に3人ずつ選んでいく。

$${}_{12}C_3 \times {}_9C_3 \times {}_6C_3 \times {}_3C_3 = 220 \times 84 \times 20 \times 1 = 369600$$

(2) 4つの部屋はすべて3人ずつで人数が同じなので、区別をなくすと4部屋の並べ方 $4! = 24$ 通り分の重複がある。

$$\frac{369600}{4!} = \frac{369600}{24} = 15400$$

区別があるとき 369600 通り、区別がないとき 15400 通り

点(0,0)から点(5,4)まで、右または上にしか進めない経路のうち、点(2,2)を通らないものは何通りあるか。

答え 66

「通らない」を直接数えるのは大変なので、余事象「(2,2)を通る」を使う。

全体の経路数：右5回・上4回、合計9回移動。

$${}_9C_4 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 126$$

(2,2)を通る経路数：

(0,0)→(2,2)：右2回・上2回、合計4回。 ${}_4C_2 = 6$

(2,2)→(5,4)：右3回 (5 - 2)・上2回 (4 - 2)、合計5回。 ${}_5C_2 = 10$

積の法則で $6 \times 10 = 60$

したがって、(2,2)を通らない経路数は

$$126 - 60 = 66$$

点(2,2)を通らない最短経路は 66 通り

10人の中から、リーダー1人・サブリーダー2人・一般部員3人を選ぶ（残りの4人は選ばれない）。選び方は何通りあるか。

答え 12600

役割ごとに順番に選んでいく。リーダー・サブリーダー・一般部員はそれぞれ役割が違うので区別があるが、同じ役割の中（サブリーダー2人、一般部員3人）では順序を考えないので組合せを使う。

リーダーを選ぶ：10人から1人 ${}_{10}C_1 = 10$

サブリーダーを選ぶ：残り9人から2人 ${}_9C_2 = 36$

一般部員を選ぶ：残り7人から3人 ${}_7C_3 = 35$

積の法則より

$$10 \times 36 \times 35 = 12600$$

選び方は 12600 通り