

順列

解答（全25問）

氏名 _____

得点 _____ / 25点

DRILL

練習問題（全20問）

基本（1～8）

1

nPrの基本計算

${}_6P_2$ を求めよ。

答え 30

6 から1ずつ小さくしながら2個ぶんかける。

$${}_6P_2 = 6 \times 5 = 30$$

30

2

階乗の計算

$4!$ を求めよ。

答え 24

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

24

3

0!の約束

0! を求めよ。

答え 1

0! は「0個のものを並べる方法は何もしない1通りだけ」と約束して 1 と定める。

1

4

nPrの基本計算

${}_7P_3$ を求めよ。

答え 210

$${}_7P_3 = 7 \times 6 \times 5 = 210$$

210

5

全員を1列に並べる＝階乗

5人を1列に並べる方法は何通りか。

答え 120

全員を並べるので ${}_5P_5 = 5!$ を計算する。

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

120

6

r=1のとき

 ${}_8P_1$ を求めよ。答え 8

1個だけ選んで並べるので、かけ算するのは8の1個だけ。

$${}_8P_1 = 8$$

8

7

r=nのとき=階乗

 ${}_3P_3$ を求めよ。答え 6

$$r = n \text{ なので } {}_3P_3 = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

6

8

nPrの基本計算

 ${}_{10}P_2$ を求めよ。答え 90

$${}_{10}P_2 = 10 \times 9 = 90$$

90

標準 (9~16)

9

両端の条件

5人 A, B, C, D, E を1列に並べるとき、Aが左端、Bが右端にくる並べ方は何通りか。

答え 6

両端はA・Bで確定なので、残りのC, D, Eの3人を真ん中に並べればよい。

$$3! = 6$$

6 通り

10

両端の条件 (どちらが端かは自由)

男子3人、女子2人を1列に並べるとき、両端が女子になる並べ方は何通りか。

答え 12

両端の2か所に女子2人を並べる方法は $2! = 2$ 通り (どちらが左端になるかも区別する)。

真ん中3か所には男子3人を並べる： $3! = 6$ 通り。

$$2! \times 3! = 2 \times 6 = 12 \text{ 通り}$$

11

隣り合う (ひとまとめ法)

5人 A, B, C, D, E を1列に並べるとき、AとBが隣り合う並べ方は何通りか。

答え 48

AとBをひとまとめにして「塊、C、D、E」の4個を並べる： $4! = 24$ 通り。

塊の中のA, Bの並びが $2! = 2$ 通り。

$$4! \times 2! = 48 \text{ 通り}$$

12

隣り合わない（すき間法・引き算）

5人 A, B, C, D, E を1列に並べるとき、AとBが隣り合わない並べ方は何通りか。

答え 72

全部の並べ方 $5! = 120$ から、AとBが隣り合う並べ方 48 を引く。

$$120 - 48 = 72$$

72 通り

13

3人がこの順で隣り合う

6人を1列に並べるとき、特定の3人A, B, Cがこの順（左からA, B, Cの順）で隣り合う並べ方は何通りか。

答え 24

A, B, Cを「この順で」隣り合わせるので、塊の中の並びは1通りに固定。

塊+残りの3人=4個を並べる： $4! = 24$

24 通り

14

円順列

6人を円形に並べる方法は何通りか。

答え 120

円順列の公式 $(n - 1)!$ より

$$(6 - 1)! = 5! = 120$$

120 通り

15

じゅず順列

色も大きさも異なる6個の玉を数珠状につないで輪を作るとき、並べ方は何通りか。

答え 60

円順列として $(6 - 1)! = 5! = 120$ 通り。

裏返して重なる並びを1通りとみなし、2 で割る。

$$120 \div 2 = 60$$

60 通り

16

重複順列

0, 1, 2の3種類の数字を重複を許して並べ、3桁の数字の並び（先頭が0でもよい）を作るとき、何通りの並びができるか。

答え 27

異なる3種類の数字から重複を許して3個選んで並べる重複順列。

$$n = 3, r = 3 \text{ なので } 3^3 = 27$$

27 通り

挑戦 (17~20)

17

整数を作る (先頭は0にできない)

0, 1, 2, 3, 4の5個の数字から異なる3個を選んで3桁の整数を作るとき、何個の整数ができるか。

答え 48

百の位は0にできないので、百の位の選び方は1, 2, 3, 4の4通り。

残りの十の位・一の位には、百の位で使った数字以外の残り4個から2個を選んで並べる： ${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$ 通り。

$$4 \times 12 = 48 \text{ 個}$$

18

偶数になる条件 (一の位で場合分け)

1, 2, 3, 4, 5の5個の数字から異なる3個を選んで3桁の整数を作るとき、偶数は何個できるか。

答え 24

偶数になるかどうかは一の位だけで決まるので、まず一の位を場合分けする。

一の位は2または4の2通り。

残りの百の位・十の位には、使った数字以外の残り4個から2個を選んで並べる：

$${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12 \text{ 通り。}$$

$$2 \times 12 = 24 \text{ 個}$$

0, 1, 2, 3, 4, 5の6個の数字から異なる4個を選んで4桁の整数を作るとき、偶数は何個できるか。

答え **156**

偶数かどうかは一の位だけで決まるので、一の位で場合分けする。0を含むので、千の位が0にならないよう毎回注意する。

【一の位が0のとき】

残りの千・百・十の位には、0以外の残り5個（1,2,3,4,5）から3個を選んで並べる。

千の位に0は含まれないので制限なしで

$${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60 \text{ 通り。}$$

【一の位が2のとき】

残りの千・百・十の位に使えるのは、2以外の残り5個（0,1,3,4,5）。このうち千の位だけは0にできない。

千の位の選び方：0以外の4通り（1,3,4,5）。

残り2か所（百・十）には、使った数字以外の残り4個から2個を選んで並べる：

$${}_4P_2 = 12 \text{ 通り。}$$

$$\text{よって } 4 \times 12 = 48 \text{ 通り。}$$

【一の位が4のとき】

一の位が2のときと同じ構造（残りの数字の組み合わせが変わるだけ）なので、同じく48通り。

以上をすべて合計する。

$$60 + 48 + 48 = 156$$

156 個

7人を円形に並べるとき、特定の2人A, Bが隣り合う並べ方は何通りか。

答え **240**

AとBをひとまとめにして1個の塊とみなすと、円形に並べる単位は「塊＋残り5人」の合計6個。

円順列の公式より $(6 - 1)! = 5! = 120$ 通り。

塊の中のA, Bの並びが $2! = 2$ 通り。

$$120 \times 2 = 240 \text{ 通り}$$

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

男女交互

男子4人、女子4人の合計8人を1列に並べるとき、男女が交互になる並べ方は何通りか。

答え **1152**

交互に並ぶパターンは「男から始まる」「女から始まる」の2通り。

それぞれのパターンについて、男子4人の並べ方が $4! = 24$ 通り、女子4人の並べ方が $4! = 24$ 通りある。

$$2 \times 4! \times 4! = 2 \times 24 \times 24 = 1152$$

1152 通り

6人を1列に並べるとき、特定の2人A, Bの間に、他の1人だけがちょうど挟まる並べ方は何通りか。

答え 192

A, B以外の残り4人の中から、AとBの間に挟まる1人を選ぶ：4通り。

選んだ1人をXとすると、「A, X, B」または「B, X, A」の並びのどちらかになる：2通り。

この3人（A, X, B）をひとまとめの塊とみなすと、並べる単位は「塊＋残り3人」の合計4個。

この4個を並べる方法は $4! = 24$ 通り。

$$4 \times 2 \times 24 = 192$$

192 通り

0, 1, 2, 3, 4, 5の6個の数字から異なる4個を選んで4桁の整数を作るとき、3の倍数は何個できるか。

答え 96

整数が3の倍数になるかどうかは「各位の数字の和が3の倍数かどうか」で決まる。そこでまず、4個の数字の「組み合わせ」を先に決める。

0～5の6個の数字の和は $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ (3の倍数)。

4個を選ぶことは、残り2個を除くことと同じなので、

「選んだ4個の和が3の倍数」 $\Leftrightarrow$ 「除いた2個の和が3の倍数」(15は3の倍数だから)。

6個を3で割った余りで分類すると

- ・ 余り0 : 0, 3
- ・ 余り1 : 1, 4
- ・ 余り2 : 2, 5

2個の和が3の倍数になるのは、「余り0どうし」または「余り1と余り2の組」のとき。

- ・ 余り0どうし : $\{0, 3\}$ の1組
- ・ 余り1と余り2 : $\{1, 2\}, \{1, 5\}, \{4, 2\}, \{4, 5\}$ の4組

合計5組の「除く2個」があり、それぞれ残り4個の組み合わせが1つ決まる。

除く2個と、残る4個 (=実際に使う数字) の対応は次の通り。

- ・ 除く $\{0, 3\}$ $\rightarrow$ 使う $\{1, 2, 4, 5\}$ (0を含まない)
- ・ 除く $\{1, 2\}$ $\rightarrow$ 使う $\{0, 3, 4, 5\}$ (0を含む)
- ・ 除く $\{1, 5\}$ $\rightarrow$ 使う $\{0, 2, 3, 4\}$ (0を含む)
- ・ 除く $\{4, 2\}$ $\rightarrow$ 使う $\{0, 1, 3, 5\}$ (0を含む)
- ・ 除く $\{4, 5\}$ $\rightarrow$ 使う $\{0, 1, 2, 3\}$ (0を含む)

それぞれの4個の数字を並べて4桁の整数にする (千の位に0は使えないことに注意)。

- ・ 0を含まない組 ($\{1, 2, 4, 5\}$) : 制限なく並べられるので $4! = 24$ 通り。
- ・ 0を含む組 (残り4組) : 全部の並べ方 $4! = 24$ から、千の位が0になる並べ方 (残り3個を並べる $3! = 6$ 通り) を引いて、 $24 - 6 = 18$ 通り。0を含む組は4組あるので $18 \times 4 = 72$ 通り。

合計すると $24 + 72 = 96$

96 個

応4

円順列の応用

男子3人、女子3人の合計6人が円形に並ぶとき、女子3人が連続して隣り合う並べ方は何通りか。

答え 36

女子3人をひとまとめの塊とみなすと、円形に並べる単位は「男子3人+塊」の合計4個。

円順列の公式より $(4 - 1)! = 3! = 6$ 通り。

さらに塊の中の女子3人の並び方が $3! = 6$ 通り。

$$6 \times 6 = 36$$

36 通り

応5

数珠順列の応用

大きさも色も異なる6個の宝石を数珠状につないでブレスレットを作るとき、特定の2個の宝石A, Bが隣り合うつなげ方は何通りか。

答え 24

AとBをひとまとめの塊とみなすと、円形に並べる単位は「塊+残り4個」の合計5個。

円順列として $(5 - 1)! = 4! = 24$ 通り。

塊の中のA, Bの並びが $2! = 2$ 通りなので、円順列としては $24 \times 2 = 48$ 通り。

ブレスレットは裏返せるので、裏返して重なる並びを1通りとみなし、2 で割る。

$$48 \div 2 = 24$$

24 通り