

場合の数と確率 まとめ

解答（全27問）

氏名 _____

得点 _____ / 27点

DRILL

まとめテスト（標準）

基本（1～15）

1

和の法則

大小2つのさいころを同時に投げるとき、出る目の和が8になる場合の数を求めよ。

場合の数 5

大の目が小さい順に、和が8になる組を辞書式にすべて書き出す。

(2,6)(3,5)(4,4)(5,3)(6,2)

これらは同時には起こらない（排反）ので、そのまま個数を数えればよい。

場合の数は5通り

2

積の法則

シャツが5着、ズボンが3本、靴が2足あるとき、これらを1つずつ選ぶ組み合わせは何通りあるか。

場合の数 30

シャツの選び方に関係なくズボンの選び方は3通り、さらにシャツ・ズボンの選び方に関係なく靴の選び方は2通り。続けて決まるので積の法則が使える。

$$5 \times 3 \times 2 = 30 \text{通り}$$

3

nPrの基本計算

${}_7P_2$ を求めよ。

答え 42

7から1ずつ小さくしながら2個ぶんかける。

$${}_7P_2 = 7 \times 6 = 42$$

$${}_7P_2 = 42$$

4

階乗の計算

$7!$ を求めよ。

答え 5040

$$7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$$

$$7! = 5040$$

5

円順列

9人を円形の机に並べる方法は何通りか。

答え 40320

円順列の公式 $(n - 1)!$ より
 $(9 - 1)! = 8! = 40320$

40320通り

6

nC_rの基本計算

${}_9C_3$ の値を求めよ。

答え 84

$${}_9C_3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = \frac{504}{6} = 84$$

$${}_9C_3 = 84$$

7

対角線の本数

正七角形の対角線は何本あるか。

答え 14

頂点は7個。2点を選んで結ぶ方法は ${}_7C_2 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$ 通り。このうち辺は7本なので、対角線は

$$21 - 7 = 14$$

正七角形の対角線は14本

赤・青の2色のペンから、重複を許して5本買うとき、買い方は何通りあるか（同じ色を何本買ってもよい）。

答え 6

2種類から重複を許して5本選ぶので、 $n = 2$, $r = 5$ として公式に当てはめる。

$${}_2H_5 = {}_{2+5-1}C_5 = {}_6C_5 = {}_6C_1 = 6$$

（実際に書き出しても、赤0本・青5本／赤1本・青4本／…／赤5本・青0本の6通りで一致する。）

買い方は6通り

赤玉2個、白玉3個が入った袋から1個取り出すとき、白玉である確率を求めよ。

確率 3/5

玉は合計5個、白玉は3個。

$$P = \frac{3}{5}$$

1から30までの整数から1つ選ぶとき、3の倍数でない数である確率を求めよ。

確率 2/3

「3の倍数でない」の余事象は「3の倍数である」。

3の倍数：3, 6, …, 30の10個なので $P(3の倍数) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

$$P = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

1等300円が2本、2等100円が3本、はずれ0円が5本、合計10本のくじが入った箱から1本引くとき、もらえる金額の期待値を求めよ。

期待値 90 円

1等を引く確率 $\frac{2}{10}$ 、2等を引く確率 $\frac{3}{10}$ 、はずれを引く確率 $\frac{5}{10}$ （確率の合計は $\frac{2+3+5}{10} = 1$ で確認できる）。

$$E(X) = 300 \times \frac{2}{10} + 100 \times \frac{3}{10} + 0 \times \frac{5}{10} = 60 + 30 + 0$$

期待値は90円

コインを1回、さいころを1回投げるとき、コインは裏が出て、かつさいころは1の目が出る確率を求めよ。

確率 1/12

コインを投げる試行とさいころを投げる試行は互いに独立。

$$P(\text{裏}) = \frac{1}{2}, P(1\text{の目}) = \frac{1}{6}$$

$$P = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

13

反復試行の公式

コインを5回投げるとき、ちょうど2回表が出る確率を求めよ。

確率 5/16

$$n = 5, r = 2, p = \frac{1}{2}$$
$$P = {}_5C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 10 \times \frac{1}{32} = \frac{10}{32}$$

$$P = \frac{5}{16}$$

14

条件付き確率

赤玉3個、白玉2個の合計5個が入った袋から、続けて2個を順に取り出す（戻さない）。1個目が赤玉だったとき、2個目も赤玉である確率を求めよ。

確率 1/2

1個目に赤玉を取り出した後、残り4個の内訳は赤玉2個・白玉2個。

$$P_A(B) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

15

乗法定理

$P(A) = \frac{2}{5}$ 、 $P_A(B) = \frac{3}{4}$ のとき、 $P(A \cap B)$ を求めよ。

確率 3/10

乗法定理 $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$ を使う。

$$P(A \cap B) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20}$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{10}$$

16

組合せ・条件つき選出

男子5人、女子4人の合計9人から4人を選んで委員会を作るとき、女子がちょうど2人選ばれる場合の数を求めよ。

場合の数 60

女子2人・男子2人に役割の違いはないので、それぞれ組合せで選び、続けて決まるので積の法則で掛け合わせる。

女子2人の選び方： ${}_4C_2 = 6$

男子2人の選び方： ${}_5C_2 = 10$

$6 \times 10 = 60$ 通り

9人の中から6人を選んで円卓に並べる。特定の2人A、Bが選ばれ、かつ隣り合うような並べ方は何通りか（AとBを除く残り7人の中から、着席させる残り4人を選ぶ）。

答え 1680

まず、A、B以外に着席させる4人を、A、B以外の残り7人の中から選ぶ。

$${}_7C_4 = 35$$

次に、選ばれた6人（A、B+4人）を円卓に、AとBが隣り合うように並べる。AとBをひとまとめの塊とみなすと、円形に並べる単位は「塊+残り4人」の合計5個。

円順列の公式より $(5 - 1)! = 4! = 24$ 通り。さらに塊の中のA、Bの並び方が $2! = 2$ 通り。

着席方法は $24 \times 2 = 48$ 通り。

選び方と着席方法をかけ合わせて

$$35 \times 48 = 1680$$

1680通り

男子4人、女子3人の合計7人が1列に並ぶとき、女子3人が隣り合う確率を求めよ。

確率 1/7

全事象（並び方の総数） $n(U) = 7! = 5040$ 。

女子3人が隣り合う場合は、女子3人を1つの塊とみて、男子4人+塊1つの5つを並べ（5! 通り）、塊の中で女子3人の並び方が 3! 通り。

$$n(A) = 5! \times 3! = 120 \times 6 = 720$$

$$P(A) = \frac{720}{5040} = \frac{1}{7}$$

さいころを1回、コインを3回投げる。さいころは6の目が出て、かつコイン3回はすべて同じ面（3回とも表、または3回とも裏）が出る確率を求めよ。

確率 1/24

「さいころで6の目」と「コイン3回が同じ面」は別々の試行なので独立。それぞれの確率を求めてから掛け合わせる。

さいころで6の目が出る確率： $\frac{1}{6}$

コイン3回が同じ面になるのは「3回とも表」または「3回とも裏」で、これらは同時には起こらない（排反）ので足し算する。

$$P(3回とも表) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}, P(3回とも裏) = \frac{1}{8}$$

$$P(\text{同じ面}) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

さいころとコインの試行は独立なので、掛け算する。

$$P = \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$$

さいころを5回投げるとき、少なくとも1回は3の倍数の目（3または6）が出る確率を求めよ。

確率 211/243

「少なくとも1回は3の倍数」の余事象は「5回とも3の倍数以外（1,2,4,5のいずれか）」。

1回で3の倍数以外が出る確率は $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ 。5回とも3の倍数以外が出る確率は

$$P(\bar{A}) = \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243}$$

$$P(A) = 1 - \frac{32}{243} = \frac{211}{243}$$

当たりくじ4本、はずれくじ6本の合計10本の中から、続けて3本を順に引く（戻さない）。(1) 1本目・2本目が続けて当たりだったとき、3本目も当たりを引く確率を求めよ。(2) 1本目から3本目まですべて当たりを引く確率を求めよ。

(1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{30}$

(1) 1本目・2本目で当たりを2本引いた後、残り8本の中には当たりが $4 - 2 = 2$ 本しか残っていない。

$$P = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

(2) 乗法定理を2回繰り返して使う（3つの事象がすべて起こる確率＝各段階の条件付き確率の積）。

1本目が当たり： $\frac{4}{10}$

2本目も当たり（1本引いた後、残り9本中当たり3本）： $\frac{3}{9}$

3本目も当たり（(1)より、残り8本中当たり2本）： $\frac{2}{8}$

$$P = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{24}{720}$$

(1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{30}$

赤玉4個、白玉2個の合計6個が入った袋から同時に3個を取り出す。取り出した3個の中に含まれる赤玉の個数を X とすると、 X の期待値を求めよ。

期待値 2

白玉は2個しかないので、取り出した3個のうち赤玉は最低1個は含まれる。よって X は1,2,3のいずれかの値をとる。それぞれの場合の数を組合せで求める（全事象は ${}_6C_3 = 20$ ）。

$$\begin{aligned} X=1 \text{ (赤1・白2)} : {}_4C_1 \times {}_2C_2 &= 4 \times 1 = 4 & P(X=1) &= \frac{4}{20} \\ X=2 \text{ (赤2・白1)} : {}_4C_2 \times {}_2C_1 &= 6 \times 2 = 12 & P(X=2) &= \frac{12}{20} \\ X=3 \text{ (赤3・白0)} : {}_4C_3 \times {}_2C_0 &= 4 \times 1 = 4 & P(X=3) &= \frac{4}{20} \end{aligned}$$

確率の合計は $\frac{4+12+4}{20} = \frac{20}{20} = 1$ で確認できる（もれなく尽くしている）。

$$E(X) = 1 \times \frac{4}{20} + 2 \times \frac{12}{20} + 3 \times \frac{4}{20} = \frac{4+24+12}{20} = \frac{40}{20}$$

期待値は2

袋Aには赤玉3個・白玉2個（計5個）、袋Bには赤玉1個・白玉4個（計5個）が入っている。さいころを1回投げて、1か2の目が出たら袋Aを、それ以外の目が出たら袋Bを選び、その袋から玉を1個取り出す。取り出した玉が赤玉だったとき、それが袋Aから取り出された確率を求めよ。

確率 3/5

まず、袋を選ぶ確率を求める。1,2の目（2通り）で袋A、3～6の目（4通り）で袋Bなので

$$P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

各袋から赤玉が出る確率は

$$P_A(\text{赤}) = \frac{3}{5}, P_B(\text{赤}) = \frac{1}{5}$$

乗法定理より、「袋を選び、かつ赤玉が出る」確率をそれぞれ求める。

$$P(A \cap \text{赤}) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{15}$$

$$P(B \cap \text{赤}) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$$

赤玉が出る確率の合計（この2つは同時に起こらないので足し算でよい）

$$P(\text{赤}) = \frac{3}{15} + \frac{2}{15} = \frac{5}{15}$$

「赤玉だった」という結果がわかったので、母集団は赤玉が出た $\frac{5}{15}$ （の重み）だけに絞られる。袋Aから赤玉が出た割合はそのうちの $\frac{3}{15}$ 分。

$$P(\text{袋A} \mid \text{赤}) = \frac{3/15}{5/15} = \frac{3}{5}$$

1,2,3,4,5,6の数字が1つずつ書かれた6枚のカードから異なる4枚を選んで4桁の整数をつくるとき、5の倍数は何個できるか。

個数 60

整数が5の倍数になるかどうかは一の位だけで決まる。使えるカードに0がないので、一の位が5の倍数になるのは一の位が5のときだけ（一の位が0になることはあり得ない）。

一の位：5に固定（1通り）

残りの千・百・十の位には、5以外の残り5枚（1,2,3,4,6）から3枚を選んで並べる：
 ${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$ 通り。

60個

1から9までの数字が1つずつ書かれた9枚のカードから同時に3枚を取り出す。取り出した3枚の数字の最大値を M とすると、 $M = 7$ となる確率を求めよ。

確率 5/28

全事象（9枚から3枚を選ぶ組合せ）

$$n(U) = {}_9C_3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$$

$M = 7$ となるのは「7を含み、残り2枚は7より小さい数字（1～6の6枚）から選ぶ」場合。7より大きい8や9を含んでしまうと最大値が7でなくなるので、8・9は選んではいけない。

7を選ぶ：1通り（固定）

残り2枚を1～6の6枚から選ぶ： ${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$ 通り

$$n(M = 7) = 15$$

$$P(M = 7) = \frac{15}{84} = \frac{5}{28}$$

DRILL

記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

この章では、はじめに「場合の数」（順列・組合せなどの数え方）を学び、そのあとで「確率」を学ぶという順序になっている。なぜ確率を学ぶ前に、まず場合の数の数え方を先に固めておく必要があるのかを、確率の定義の式に触れながら説明せよ。

確率は、全事象の場合の数 $n(U)$ と、求めたい事柄 A の場合の数 $n(A)$ を使って

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$$

という式で定義される。この式が意味しているのは、確率を求めるということは結局、分子と分母、つまり $n(A)$ と $n(U)$ という2つの「場合の数」を正しく数えることに他ならない、という点である。

さいころを1個投げるような単純な場面では、全事象も6通りしかないので数え間違いは起こりにくい。しかし「5人を1列に並べて特定の2人が隣り合う場合」や「9人から3人を選ぶ場合」のように、対象の数が増えると、樹形図をすべて書き出すのは非現実的になり、数え漏れや二重の数え上げといったミスが起こりやすくなる。順列・組合せの公式（ ${}_nP_r$ 、 ${}_nC_r$ 、円順列の $(n-1)!$ など）は、このような数え上げを、確実に効率よく行うための道具として学ぶものである。

つまり、順列・組合せの技術は確率とは独立に存在する別分野なのではなく、確率の定義式 $P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$ の分母・分子を正しく求めるための、いわば土台の計算力そのものである。この土台が崩れていれば、確率の考え方（余事象・独立・条件付き確率など）をいくら正しく理解していても、肝心の $n(A)$ や $n(U)$ の数え間違いによって、最終的な答えは誤ったものになってしまう。だからこそ、この章では確率を学ぶ前に、まず場合の数の数え方を先にしっかり固めるという構成になっている。

確率は $P(A) = n(A)/n(U)$ という「場合の数の比」で定義されるため、その分母・分子を正確に数える力（順列・組合せ）が先になければ、確率の考え方を正しく理解していても答えを誤ってしまう。だから場合の数を先に学ぶ。

記2 次の2つの問題を比較せよ。(1) さいころを6回投げるとき、ちょうど3回「2の目」が出る場合について、6回のうちどの3回が「2の目」になるかのパターン数を求めよ。(2) 同じ設定で、ちょうど3回「2の目」が出る確率を求めよ。(1)で求めたパターン数が、(2)の確率の式のどの部分に対応しているかを説明しながら求めよ。

(1) 6回のうち、どの3回が「2の目」になるかは、6回の回から3個を選ぶ組合せの問題であり、順序は関係ない(1回目・3回目・5回目に2の目が出る、という「組」だけが決まればよい)。

$${}_6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

よって、パターン数は20通りである。

(2) 確率を反復試行の公式で求める。1回の試行で2の目が出る確率は $p = \frac{1}{6}$ 、出ない確率は $1 - p = \frac{5}{6}$ である。

$$P = {}_6C_3 \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 20 \times \frac{1}{216} \times \frac{125}{216} = \frac{2500}{46656} = \frac{625}{11664}$$

(1)と(2)の対応について。反復試行の公式 $P(X = r) = {}_nC_r p^r (1 - p)^{n-r}$ を見ると、 $p^r (1 - p)^{n-r}$ の部分は「2の目が3回、2の目以外が3回という、ある1つの決まった順番(例えば2,2,2,他,他,他の順)」が起こる確率を表している。しかし実際には、2の目が出る3回は「1,2,3回目」でも「2,4,6回目」でも、どの3回でもよく、そのどのパターンも確率は同じ $p^3 (1 - p)^3$ である。

そこで、確率が等しい同じ値 $p^3 (1 - p)^3$ を何回分足し合わせればよいかを表すのが、(1)で求めた「どの3回が成功か」のパターン数、すなわち ${}_6C_3 = 20$ である。公式の ${}_nC_r$ は、この「場合の数」の部分がそのまま確率の式の係数として使われている、ということを表している。

(1) 20通り (2) $\frac{625}{11664}$ 。反復試行の公式の ${}_nC_r$ は、(1)で求めた「どの回が成功になるか」というパターンの場合の数そのものであり、確率の式の中では同じ確率 $p^r (1 - p)^{n-r}$ を何回分足し合わせるかを表す係数として使われている。



EXAM

共通テスト形式チャレンジ（大問1）

目標時間 8分／配点 20点

花子さんのクラスでは、文化祭の模擬店で射的ゲームを行うことになった。的に矢を1本投げて命中するかどうかは、毎回独立に同じ確率で起こるものとし、1回の挑戦で矢を3本投げるとする。花子さんと先生は、このゲームの景品設定について話し合っている。

先生「まず、矢が的に当たる確率を $\frac{3}{5}$ としてゲームの様子を計算してみよう。3本のうちちょうど2本が的に当たる確率を求めてごらん。」

花子「はい、反復試行の公式を使えばいいですね。」

- (1) 3本のうちちょうど2本が的に当たる場合の数は ${}_3C_{\text{ア}} = \text{イ}$ 通りである。これを用いると、求める確率は

$$P = {}_3C_{\text{ア}} \left(\frac{3}{5}\right)^{\text{ウ}} \left(\frac{2}{5}\right)^{\text{エ}} = \frac{\text{オカ}}{\text{キクケ}}$$

となる。ア～ケの値を求めよ。

ア 2 イ 3 ウ 2 エ 1 オカ 54 キクケ 125

「3本のうちの2本が当たるか」を選ぶ組合せなので

$${}_3C_2 = 3$$

なので、ア=2、イ=3。

反復試行の公式 $P(X = r) = {}_nC_r p^r (1 - p)^{n-r}$ に $n = 3$, $r = 2$, $p = \frac{3}{5}$ を当てはめると、当たる確率の指数は成功回数の2、外れる確率の指数は残り1回の1に

なる。よってウ=2、エ=1。

$$P = 3 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^1 = 3 \times \frac{9}{25} \times \frac{2}{5} = \frac{54}{125}$$

よってオカ=54、キクケ=125。

$$\text{ア}=2、\text{イ}=3、\text{ウ}=2、\text{エ}=1、P = \frac{54}{125}$$

(2)

先生「今度は、3本のうちの的に当たる本数の期待値を求めてみよう。(1)で求めた、ちょうど2本当たる確率 $\frac{54}{125}$ もそのまま使えるはずだね。」

矢が的に当たる本数を X とする。 X がとりうる値は0,1,2,3であり、それぞれの

確率を求めて表にまとめると、期待値は $E(X) = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ 本である。

コ 9 サ 5

X がとりうる値は0,1,2,3の4通り。反復試行の公式 $P(X = r) = {}_3C_r \left(\frac{3}{5}\right)^r \left(\frac{2}{5}\right)^{3-r}$ を使って、それぞれの確率を求める。

$$P(X = 0) = {}_3C_0 \left(\frac{3}{5}\right)^0 \left(\frac{2}{5}\right)^3 = 1 \times 1 \times \frac{8}{125} = \frac{8}{125}$$

$$P(X = 1) = {}_3C_1 \left(\frac{3}{5}\right)^1 \left(\frac{2}{5}\right)^2 = 3 \times \frac{3}{5} \times \frac{4}{25} = \frac{36}{125}$$

$$P(X = 2) = \frac{54}{125} \quad (\text{これは(1)ですすでに求めた値そのもの})$$

$$P(X = 3) = {}_3C_3 \left(\frac{3}{5}\right)^3 \left(\frac{2}{5}\right)^0 = 1 \times \frac{27}{125} \times 1 = \frac{27}{125}$$

確率の合計は $\frac{8 + 36 + 54 + 27}{125} = \frac{125}{125} = 1$ で確認できる (もれなく尽くしている)。

期待値の定義 $E(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + \cdots + x_np_n$ にあてはめる。

$$E(X) = 0 \times \frac{8}{125} + 1 \times \frac{36}{125} + 2 \times \frac{54}{125} + 3 \times \frac{27}{125} = \frac{0 + 36 + 108 + 81}{125} = \frac{225}{125}$$

$$E(X) = \frac{9}{5} \text{ 本 } (=1.8\text{本})$$

(3)

先生「1本的中するごとに、100円分の商品券をプレゼントすることにしよう。1回の挑戦（矢3本）でもらえる商品券の金額の期待値を求めてごらん。」

もらえる商品券の金額の期待値は シスセ 円である。

シスセ 180

もらえる金額は、的中本数 X に応じて0本なら0円、1本なら100円、2本なら200円、3本なら300円と決まる。(2)で求めた各確率 $P(X=0) = \frac{8}{125}$ 、 $P(X=1) = \frac{36}{125}$ 、 $P(X=2) = \frac{54}{125}$ 、 $P(X=3) = \frac{27}{125}$ を使って、期待値の定義 $E = x_1p_1 + x_2p_2 + \cdots$ どおりに直接計算する。

$$E = 0 \times \frac{8}{125} + 100 \times \frac{36}{125} + 200 \times \frac{54}{125} + 300 \times \frac{27}{125} = \frac{0 + 3600 + 10800 + 8100}{125} = \frac{22500}{125}$$

180円

EXAM

共通テスト形式チャレンジ（大問2）

目標時間 8分／配点 20点

あるクラスは男子5人・女子4人の合計9人である。このクラスから、新入生歓迎会の実行委員を3人選ぶことになった。次の問いに答えよ。

- (1) 9人から3人を選ぶ方法は全部で ${}_9C_3 = \boxed{\text{アイ}}$ 通りである。このうち、3人とも男子になる選び方は ${}_5C_3 = \boxed{\text{ウエ}}$ 通り、3人とも女子になる選び方は ${}_4C_3 = \boxed{\text{オ}}$ 通りである。男女どちらも少なくとも1人ずつ含まれる選び方は $\boxed{\text{アイ}} - \boxed{\text{ウエ}} - \boxed{\text{オ}} = \boxed{\text{カキ}}$ 通りである。ア～キの値を求めよ。

アイ 84 ウエ 10 オ 4 カキ 70

全体の選び方は

$${}_9C_3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$$

「男女どちらも少なくとも1人」を直接すべて数えるより、余事象（全員男子、または全員女子）を引く方が速い。全員男子は

$${}_5C_3 = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

全員女子は

$${}_4C_3 = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4$$

全員男子と全員女子は同時には起こらない（排反）ので、そのまま引き算できる。

$$84 - 10 - 4 = 70$$

アイ=84、ウエ=10、オ=4、カキ=70

(2)

(1)で求めた、9人から3人を選ぶ $\boxed{\text{アイ}} = 84$ 通りの選び方の中から1つを無作為に選び、その3人の中からさらにくじ引きで委員長を1人選ぶとする。このとき、委員長が女子である確率は $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

ク 4 ケ 9

「84通りのうちの1つを選び、その中から委員長を1人選ぶ」という手順全体は、結局「9人の中から委員長になる1人を先に決め、残り8人から他の2人の委員を決める」のと同じ結果になる（くじ引きの公平性と同じ考え方で、どの人がどの役割になっても手順の対等さは変わらない）。

そこで、委員長を先に決めると考えると、9人のうち誰が委員長になっても対等（同様に確からしい）なので、委員長が女子である確率は、単純に9人のうち女子が占める割合になる。

$$P = \frac{4}{9}$$

（検算：委員長を先に決める数え方でも、委員長9通り×他2人 ${}_8\text{C}_2 = 28$ 通りで全体 $9 \times 28 = 252$ 通り、女子が委員長のときは $4 \times 28 = 112$ 通りなので $P = \frac{112}{252} = \frac{4}{9}$ で一致する。）

ク=4、ケ=9 ($P = \frac{4}{9}$)

(3)

(1)で求めた、男女どちらも含まれる $\boxed{\text{カキ}} = 70$ 通りのうち、男子2人・女子1人の組み合わせは ${}_5\text{C}_2 \times {}_4\text{C}_1 = \boxed{\text{コサ}}$ 通り、男子1人・女子2人の組み合わせは ${}_5\text{C}_1 \times {}_4\text{C}_2 = \boxed{\text{シス}}$ 通りである。「男女どちらも含まれる」という条件のもとで、選ばれた3人が男子2人・女子1人である条件付き確率を求めると $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

コサ 40 シス 30 セ 4 ソ 7

男子2人・女子1人の組み合わせは

$${}_5C_2 \times {}_4C_1 = 10 \times 4 = 40$$

男子1人・女子2人の組み合わせは

$${}_5C_1 \times {}_4C_2 = 5 \times 6 = 30$$

(確かめ： $40 + 30 = 70$ で、(1)の「男女どちらも含む」総数と一致する。)

「男女どちらも含む」とわかった時点で、考える母集団は70通りに絞られる。この中で「男子2人・女子1人」であるのは40通りなので、条件付き確率は

$$\frac{n(\text{男2女1} \cap \text{男女混合})}{n(\text{男女混合})} = \frac{40}{70} = \frac{4}{7}$$

コサ=40、シス=30、セ=4、ソ=7 (条件付き確率 $\frac{4}{7}$)