

数A まとめ

問題プリント（全42問）

氏名 _____

得点 /42点

DRILL

まとめテスト（標準）

基本（1～20）

1 積の法則

ある店ではケーキが6種類、飲み物が4種類ある。ケーキと飲み物を1つずつ選ぶ組み合わせは何通りあるか。

場合の数

2 nPr の基本計算

${}_8P_3$ を求めよ。

答え

3 nCr の基本計算

${}_{10}C_4$ の値を求めよ。

答え

4 円順列

7人を円形の机に並べる方法は何通りか。

答え

5 余事象

1から50までの整数から1つ選ぶとき、4の倍数でない数である確率を求めよ。

確率

6 期待値

1等500円が1本、2等100円が4本、はずれ0円が5本、合計10本のくじが入った箱から1本引くとき、もらえる金額の期待値を求めよ。

期待値 円

7 反復試行の公式

コインを4回投げるとき、ちょうど3回表が出る確率を求めよ。

確率

8 角の二等分線と比

三角形ABCで $AB = 8$, $AC = 12$, $BC = 15$ 。 $\angle A$ の二等分線がBCと交わる点をDとすると、BD, DCの長さを求めよ。

BD= DC=

9 重心の性質（2:1）

三角形ABCの重心をGとする。中線AM（頂点Aから辺BCの中点Mまで）の長さが21のとき、AG, GMの長さを求めよ。

AG= GM=

10 外接円の半径

3辺が6, 8, 10の直角三角形の外接円の半径Rを求めよ。

R=

11

チェバの定理

三角形ABCで、3直線AD, BE, CFが1点で交わっている。 $BD : DC = 3 : 2$ 、 $CE : EA = 4 : 1$ のとき、 $AF : FB$ を求めよ。

$$AF : FB = 1 : \boxed{}$$

12

中心角→円周角

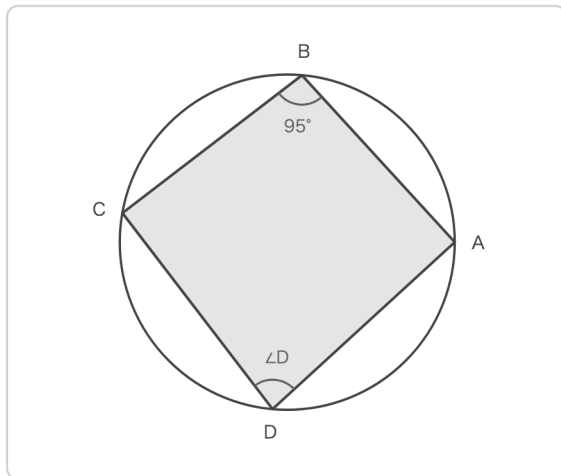
円Oにおいて、弧ABに対する中心角が 96° であるとき、弧ABに対する円周角 $\angle APB$ を求めよ。

$$\angle APB = \boxed{} \text{ 度}$$

13

内接四角形・対角の和

円に内接する四角形ABCDにおいて、 $\angle B = 95^\circ$ である。 $\angle D$ を求めよ。



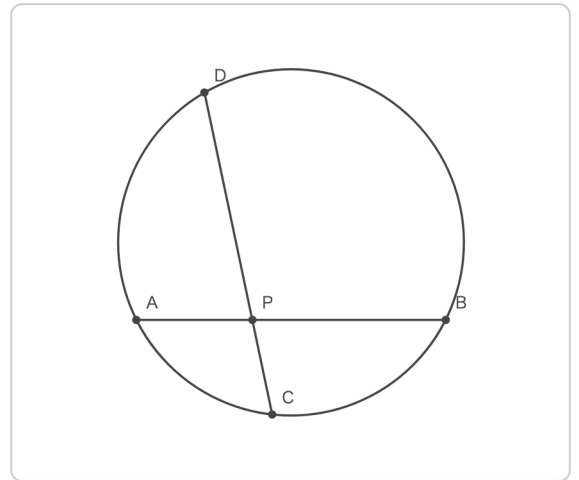
$\angle B$ と $\angle D$ は向かい合う対角なので、和はつねに 180° になる。

$$\angle D = \boxed{} \text{ 度}$$

14

方べき・2弦（内部の点）

円の内部の点Pで2本の弦AB, CDが交わっている。 $PA = 6$, $PB = 10$, $PC = 5$ のとき、 PD を求めよ。



円の内部の点Pで弦ABと弦CDが交わっている。
 $PA \times PB = PC \times PD$ が方べきの定理。

$$PD = \boxed{}$$

15

素因数分解（指数を求める）

$360 = 2^{\text{ア}} \times 3^{\text{イ}} \times 5^{\text{ウ}}$ となるように、ア・イ・ウに当てはまる指数を求めよ。

$$\text{ア} \boxed{} \quad \text{イ} \boxed{} \quad \text{ウ} \boxed{}$$

16

約数の個数

180 の正の約数の個数を求めよ。

$$\text{個数} \boxed{}$$

17

素因数分解からgcd・lcm

54 と 90 の最大公約数・最小公倍数を求めよ。

$$\text{最大公約数} \boxed{} \quad \text{最小公倍数} \boxed{}$$

18

互除法

154 と 42 の最大公約数を互除法で求めよ。

$$\text{最大公約数} \boxed{}$$

19

2進法→10進法

$101101_{(2)}$ を10進法で表せ。

答え

20

桁数条件（範囲を求める）

10進法の整数 N を4進法で表すと、ちょうど4桁になるという。 N の範囲を求めよ。

最小値

最大値

標準（21～34）

21

組合せ・条件つき選出

男子6人、女子5人の合計11人から4人を選んで委員会を作るとき、女子がちょうど2人選ばれる場合の数を求めよ。

場合の数

22

順列（隣り合う条件）

男子3人、女子4人の合計7人が1列に並ぶとき、男子3人が隣り合う並び方は何通りあるか。

並び方

23

独立な試行+反復試行の融合

さいころを1回、コインを4回投げる。さいころは偶数の目が出て、かつコイン4回のうちちょうど3回表が出る確率を求めよ。

確率

24

条件付き確率

赤玉4個、白玉3個の合計7個が入った袋から、続けて2個を順に取り出す（戻さない）。1個目が白玉だったとき、2個目が赤玉である確率を求めよ。

確率

25

角の二等分線の比+チェバの融合

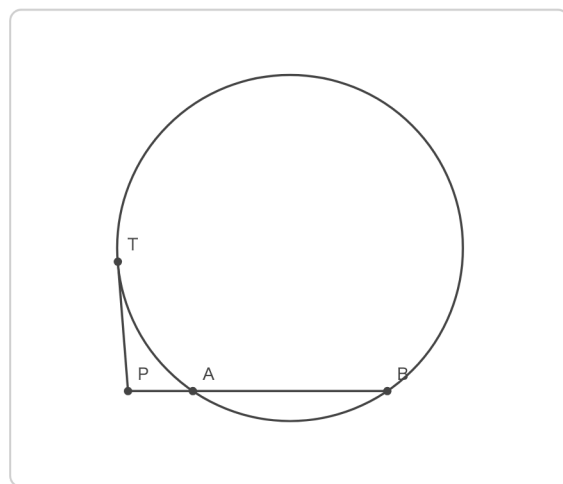
三角形ABCで、 $\angle A$ の二等分線が辺BCと交わる点をDとする。 $AB = 10$, $AC = 14$ とする。辺CA上の点E（ $CE : EA = 3 : 2$ ）、辺AB上の点Fがあり、3直線AD, BE, CFが1点で交わっているとき、 $AF : FB$ を求めよ。

$AF : FB = 14 :$

26

方べき・2次方程式（接線と割線）

円Oの外部の点Pから接線PT（Tは接点）と割線を引く。割線は円とA（近い方）、B（遠い方）で交わり、 $AB = 9$, $PT = 6$ である。 $PA (= x)$ の値を求めよ（ x は正の実数とする）。



円の外部の点Pから接線PT、割線PAB（Aが近い交点、Bが遠い交点）を引いている。 $PT^2 = PA \times PB$ が成り立つ。

$x =$

27

外角の二等分線（外分）

三角形ABCで $AB = 12$, $AC = 18$, $BC = 20$ 。 $\angle A$ の外角の二等分線が、辺BCの延長と交わる点をEとする（Eは辺BCの外側、B側の延長上にある）。BE, CEの長さを求めよ。

BE=

CE=

28

空間図形・ねじれの位置

立方体ABCD-EFGH（前面ABCD、後面EFGH、 $AE \cdot BF \cdot CG \cdot DH$ が奥行きの辺）において、辺ABとねじれの位置にある辺は何本あるか。

本数

29

不定方程式：文章題

1本80円のペンと1本60円のノートを、あわせて何本か買って代金の合計をちょうど1200円にしたい。買い方は何通りあるか。ただし、どちらも1本以上買うものとする。

通り数

30

最大公約数・最小公倍数から2数を復元

2つの自然数 a, b ($a < b$) の最大公約数が 15、最小公倍数が 450 であり、 $a + b = 165$ であるという。 a, b を求めよ。

$a =$ $b =$

31

n進法の方程式（桁を入れ替える）

0でない1桁の整数 a, b ($a \neq b$) について、7進法で $ab_{(7)}$ と表される数の桁を入れ替えて5進法で $ba_{(5)}$ と表すと、同じ値になるという。 a, b を求めよ。

$a =$ $b =$

32

総和の公式を偶奇に分けて使う

72 の正の約数の総和を求めよ。また、その中で奇数である約数だけの総和を求めよ。

総和 奇数の約数の総和

33

図形×場合の数の融合（円周角＋組合せ）

円周上に7個の点があり、そのうち2点A, Bは直径の両端になっている（線分ABは円の直径である）。ただし、A, B以外に直径の両端となる2点の組はないものとする。この7点から異なる3点を選んで三角形を作るとき、直角三角形は何個できるか。

個数

34

場合の数×整数の融合（確率＋最大公約数）

1個のさいころを2回投げるとき、1回目に出た目と2回目に出た目の最大公約数が1（互いに素）である確率を求めよ。

確率

発展（35～40）

35

図形×場合の数の融合（正多角形＋円周角）

正十二角形の12個の頂点から異なる3点を選んで三角形を作るとき、直角三角形は何個できるか。

個数

36

n進法の桁数条件＋倍数条件の融合

10進法の整数 N を3進法で表すとちょうど3桁になり、5進法で表すとちょうど2桁になるという。このような N のうち、7で割ると2余るものをすべて、小さい順にコンマ区切りで求めよ。

$N =$

37

オイラーの多面体定理の応用（頂点・辺・面の逆算）

ある正多面体の1つの面は正五角形であり、1つの頂点にはちょうど3つの面が集まっている。この正多面体の頂点の数 V 、辺の数 E 、面の数 F を求めよ（これは正十二面体である）。

$V =$ $E =$ $F =$

38

円順列×同じものを含む順列の融合

赤玉3個、白玉2個、青玉1個の合計6個の玉を円形に並べる方法は何通りあるか（同じ色の玉どうしは区別しない）。

並べ方

39

順列×整数の性質（倍数条件）の融合

1から9までの数字が1つずつ書かれた9枚のカードから異なる3枚を選んで3桁の整数をつくるとき、3の倍数は何個できるか。

個数

40

図形×場合の数×整数の融合（章の総仕上げ）

正五角形の対角線の本数を求めよ。また、その本数を2進法で表すと何桁になるか、桁数の条件の公式を用いて求めよ。

対角線の本数 2進法での桁数

DRILL

記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1 数Aは「場合の数と確率」「図形の性質」「数学と人間の活動（整数）」の3章から成るが、扱う対象も方法も一見バラバラに見える。しかし、この3章に共通する「数学的に考える」ときの姿勢がある。具体例を1つ挙げながら、その共通点を説明せよ。

記2 整数の性質の章で学んだ「約数の個数の公式」($N = p^a \times q^b \times \dots$ のときの約数の個数 $(a + 1)(b + 1) \dots$)は、場合の数の章で学んだどの考え方を使って導かれているかを、具体例 $N = 60$ を用いて説明せよ。

E X A M

共通テスト形式チャレンジ（大問1）

目標時間 12分／配点 20点

花子さんのクラスでは、文化祭の模擬店でくじ引きゲームを行うことになった。袋の中には当たりくじ3本、はずれくじ7本の合計10本が入っている。来場者は続けて2本のくじを順に引く（引いたくじは戻さない）というルールにする。

先生「まず、2本ともくじが当たる確率を計算してみよう。」

花子「はい、乗法定理を使えばいいですね。」

(1)

1本目に当たりくじを引く確率は $\frac{\text{ア}}{\text{イウ}}$ 、1本目が当たりだったとき2本目も当たりくじを引く条件付き確率は

は $\frac{\text{エ}}{\text{オ}}$ である。これらを用いると、2本とも当たりくじである確率は $\frac{\text{カ}}{\text{キク}}$ である。ア～クの値を求めよ。

ア イウ エ オ カ キク

(2)

先生「今度は、ちょうど1本だけ当たりくじを引く確率を求めてみよう。1本目が当たりで2本目がはずれる場合と、1本目がはずれで2本目が当たる場合の2通りがあるね。」

1本目が当たり・2本目がはずれる確率は $\frac{3}{10} \times \frac{7}{9} = \frac{7}{30}$ 、1本目がはずれ・2本目が当たる確率も同じく $\frac{7}{30}$ なので、ちょうど1本だけ当たる確率は $\frac{\text{ケ}}{\text{コサ}}$ である。(1)で求めた「2本とも当たり」の確率 $\frac{1}{15}$ とこれを合わ

せると、少なくとも1本が当たりくじである確率は $\frac{\text{シ}}{\text{スセ}}$ である。

ケ コサ シ スセ

(3)

太郎「じゃあ、当たりくじを2本とも引いた人には、追加でもう1回だけさいころを振ってもらって、6の目が出たら特別賞にしよう。」

ある来場者について、「2本とも当たりくじを引き、かつさいころで6の目が出る」確率は $\frac{\text{ソ}}{\text{タチ}}$ である。

ソ タチ

E X A M

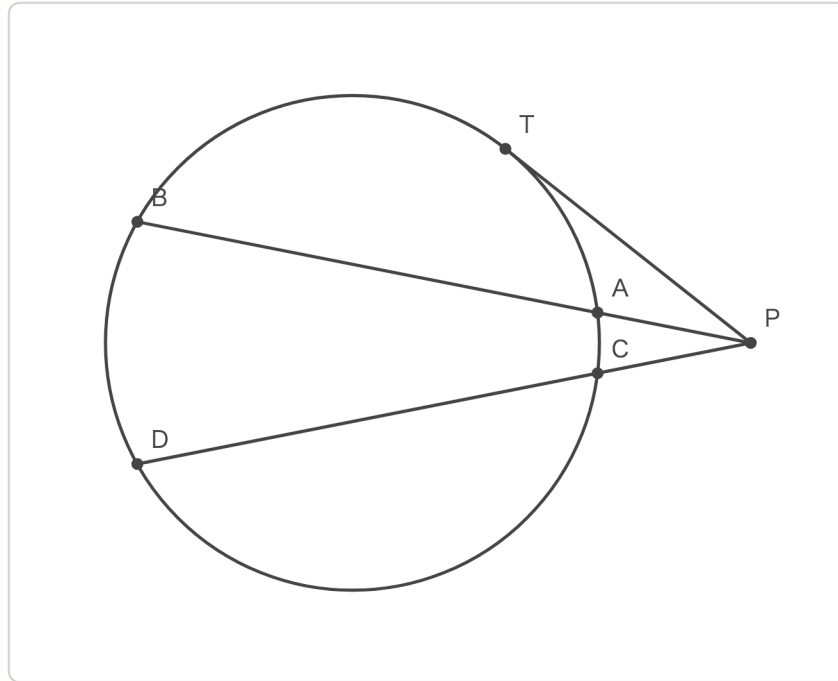
共通テスト形式チャレンジ（大問2）

目標時間 12分／配点 20点

太郎さんの住む町の公園には円形の池がある。太郎さんと花子さんは、池の外側の点Pから2本のまっすぐな道を引いて、円の性質を使って池に関係する長さを求めようとしている。

先生「1本目の道はPから池に入る点をA、出る点をBとし、 $PA = 5\text{m}$ 、 $AB = 15\text{m}$ とする。2本目の道はPから入る点をC、出る点をDとし、 $PC = 5\text{m}$ とする。」

太郎「方べきの定理を使えば、道の長さから池の中の距離もわかりそうですね。」



点Pから池（円）に引いた2本の道PAB・PCDと接線PT。 $PA \times PB = PC \times PD = PT^2$ （方べきの定理）。

- (1) まずPBの長さを求めよ。 $PB = PA + AB = \boxed{\text{アイ}}$ mである。次に方べきの定理 $PA \times PB = PC \times PD$ を用いて、PDの長さを求めよ。 $PD = \boxed{\text{ウエ}}$ mである。

アイ ウエ

- (2) 花子「池にはもう1本、点Pから接するように引ける道があるはずです。」点Pから池に引いた接線をPT（Tは接点）とする。 $PT^2 = PA \times PB = \boxed{\text{オカキ}}$ なので、 $PT = \boxed{\text{クケ}}$ mである。

オカキ クケ

- (3) 花子「 $PA=5\text{m}$ 、(2)で求めた $PT=10\text{m}$ ですね。三角形PTAと三角形PBTは、角Pを共有していて $PT^2 = PA \times PB$ の関係もあるので、相似になりそうです。」

先生「そのとおり。 $PA : PT = PT : PB$ という2辺の比が等しく、その間の角（ $\angle P$ ）も等しいから、 $\triangle PTA \sim \triangle PBT$ と言えるんだ。」

この相似比 $PA : PT$ を、もっとも簡単な整数の比で求めよ。 $PA : PT = \boxed{\text{コ}} : \boxed{\text{サ}}$ である。この相似より対応する辺の比 $TA : BT$ も同じ比になる。弦 $TA = 6\text{m}$ であるとき、 $BT = \boxed{\text{シス}}$ mである。

コ サ シス

E X A M

共通テスト形式チャレンジ（大問3）

目標時間 11分／配点 20点

花子さんの高校では、文化祭の模擬店でたこ焼き（1個130円）とラムネ（1個80円）を仕入れることになった。仕入れにちょうど2450円を使い切りたい。花子さんは先生と一緒に、仕入れの個数の組み合わせを考えている。

先生「たこ焼きの個数を x 個、ラムネの個数を y 個としよう。まず代金の式を立ててごらん。」

花子「はい、 $130x + 80y = 2450$ ですね。」

先生「その式の両辺を同じ数で割って、係数を小さくしてから考えると計算しやすいよ。」

- (1) $130x + 80y = 2450$ の両辺を10で割ると $13x + 8y =$ アイウ となる。この式について、 $0 \leq x_0 < 8$ の範囲で特殊解 (x_0, y_0) を求めると $x_0 =$ エ、 $y_0 =$ オカ である。

アイウ エ オカ

- (2) (1)の結果を用いると、一般解は $x = x_0 +$ キ k , $y = y_0 -$ クケ k (k は整数) と表される。たこ焼き・ラムネともに1個以上仕入れるとき、買い方は全部で コ 通りある。

キ クケ コ

- (3) 花子「実際には、たこ焼きの方がよく売れそうだから、たこ焼きの個数をできるだけ多くする仕入れ方にしよう。」

(2)で求めた買い方のうち、たこ焼きの個数が最も多くなる組み合わせは、たこ焼き サシ 個、ラムネ ス 個である。

サシ ス