

# 関数の連続性

問題プリント（全22問）

氏名 \_\_\_\_\_

得点 /22点

## DRILL

### 練習問題（全14問）

#### 基本（1～6）

1

分子を因数分解

次の関数が  $x = 2$  で連続となるように、定数  $a$  の値を定めよ。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & (x \neq 2) \\ a & (x = 2) \end{cases}$$

$a =$

2

分子を因数分解

次の関数が  $x = 2$  で連続となるように、定数  $a$  の値を定めよ。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} & (x \neq 2) \\ a & (x = 2) \end{cases}$$

$a =$

3

3次式の因数分解

次の関数が  $x = 2$  で連続となるように、定数  $a$  の値を定めよ。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2} & (x \neq 2) \\ a & (x = 2) \end{cases}$$

$a =$

4

区分的定義：境界での一致条件

次の関数が  $x = 1$  で連続となるように、定数  $a$  の値を定めよ。

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & (x \leq 1) \\ x^2 + 3 & (x > 1) \end{cases}$$

$a =$

5

区分的定義：境界での一致条件

次の関数が  $x = 0$  で連続となるように、定数  $a$  の値を定めよ。

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - a & (x < 0) \\ 3x + 2 & (x \geq 0) \end{cases}$$

$a =$

6

無理式：分子の有理化

次の関数が  $x = 0$  で連続となるように、定数  $a$  の値を定めよ。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x} & (x \neq 0) \\ a & (x = 0) \end{cases}$$

$a =$

## 標準 (7~12)

7

区分的定義：2次と2次

次の関数が  $x = -1$  で連続となるように、定数  $a$  の値を定めよ。

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + a & (x \leq -1) \\ -x^2 & (x > -1) \end{cases}$$

$a =$

8

無理式：分子の有理化

次の関数が  $x = 9$  で連続となるように、定数  $a$  の値を定めよ。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9} & (x \neq 9) \\ a & (x = 9) \end{cases}$$

$a =$

9

中間値の定理の適用判定

中間値の定理を用いて、方程式  $x^3 - x - 1 = 0$  が区間  $[1, 2]$  に実数解をもつと言えるか。言えるなら「ある」、言えないなら「ない」と答えよ。

答え

10

中間値の定理を用いて、方程式  $x^3 - 3x + 1 = 0$  が区間  $[0, 1]$  に実数解をもつと言えるか。言えるなら「ある」、言えないなら「ない」と答えよ。

答え

11

中間値の定理を用いて、方程式  $x^2 - 2 = 0$  が区間  $[2, 3]$  に実数解をもつと言えるか。言えるなら「ある」、言えないなら「ない」と答えよ。

答え

12

合成関数の連続性（定理の適用）

次の2つの関数について考える。

$$h_1(x) = \sqrt{x^2 + 1}, \quad h_2(x) = \sin(x^2)$$

これらがともにすべての実数  $x$  で連続な関数となる理由を、連続関数の性質（和・積・商・合成は、もとの関数が連続である範囲で連続になる）を用いて説明せよ。また、 $\lim_{x \rightarrow 2} h_1(x)$  を求めよ。

$\lim_{x \rightarrow 2} h_1(x) =$

## 挑戦 (13~15)

13

三角関数との組み合わせ

中間値の定理を用いて、方程式  $\cos x - x = 0$  が区間  $[0, 1]$  に実数解をもつと言えるか。言えるなら「ある」、言えないなら「ない」と答えよ。

答え

14

中間値の定理を用いて、方程式  $x^3 + x + 1 = 0$  が区間  $[-2, -1]$  に実数解をもつと言えるか。言えるなら「ある」、言えないなら「ない」と答えよ。

答え

15

4次式

中間値の定理を用いて、方程式  $x^4 - 4x^2 + 1 = 0$  が区間  $[2, 3]$  に実数解をもつと言えるか。言えるなら「ある」、言えないなら「ない」と答えよ。

答え

## DRILL

## 応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。解の存在区間の特定や、 $e$ の定義を使った極限計算に挑戦しよう。

う。

応1

解の存在区間を特定する

方程式  $x^3 - 3x - 1 = 0$  は正の実数解を1つもつ。中間値の定理を使って、その解が整数  $n$  を用いた区間  $n < x < n + 1$  の中にあることを示し、 $n$  の値を求めよ。

$n =$

応2

eの定義に関わる証明（記述式）

方程式  $e^{-x} = x$  は  $0 < x < 1$  の範囲に少なくとも1つの実数解をもつことを、中間値の定理を用いて示せ。

応3

eの定義を使った極限計算

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{3n}$  を  $e$  を用いて表せ。

答え

応4

eの定義を使った極限計算（負の場合）

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$  を  $e$  を用いて表せ。

答え

応5

数値表を使った評価

STEP4の数値表から  $2.7 < e < 2.72$  が読み取れる。これを用いて、 $e^2$  の整数部分を求めよ。

整数部分

## DRILL 記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

連続の定義  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$  は「 $f(a)$ が定義されている」「極限が存在する」「両者が一致する」という3つの条件がすべて成り立つことと同じである。この3条件のうちどれか1つが欠けると、それぞれどのような不連続が起こるか、具体例を挙げながら説明せよ。

|  |
|--|
|  |
|  |
|  |

記2

方程式  $x^3 - 4x + 1 = 0$  は区間  $1 < x < 2$  に少なくとも1つの実数解をもつことを、中間値の定理を用いて示せ。

|  |
|--|
|  |
|  |
|  |