

数列の極限・無限級数

問題プリント（全23問）

氏名 _____

得点 _____ / 23点

DRILL

練習問題（全18問）

基本（1～7）

1

$|r| < 1$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{5} \right)^n$ を求めよ。

極限值

計算スペース

2

 $r > 1$

$\lim_{n \rightarrow \infty} 4^n$ を求めよ。

極限值

計算スペース

3

 $r < -1$ ・ 振動

$\lim_{n \rightarrow \infty} (-2)^n$ について、収束・発散を判定せよ。

判定

計算スペース

4

分数式・最高次で割る

 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n+4}$ を求めよ。

極限值

計算スペース

5

分数式・最高次で割る

 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n-3}{2n+7}$ を求めよ。

極限值

計算スペース

6

無限等比級数の和

初項2、公比 $\frac{1}{3}$ の無限等比級数の和を求めよ。

和

計算スペース

7

無限等比級数の和・公比が負

初項4、公比 $-\frac{1}{2}$ の無限等比級数の和を求めよ。

和

計算スペース

8 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 1}{n^2 + n}$ を求めよ。

極限值

計算スペース

9 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + n}{2n^3 + 5}$ を求めよ。

極限值

計算スペース

10 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 2n}{n^2 + 3}$ を求めよ。

極限值

計算スペース

11 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 3n} - n)$ を求めよ。

極限值

計算スペース

12 はさみうちの原理

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n}$ を求めよ。

極限值

計算スペース

13

はさみうちの原理

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \cos n}{n}$ を求めよ。

極限值

計算スペース

14

循環小数の変換

循環小数 $0.777\dots$ を分数で表せ。

分数

計算スペース

挑戦 (15~18)

15

根号の有理化・係数なし

$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ を求めよ。

極限值

計算スペース

16

無限等比級数の和・公比が負

初項12、公比 $-\frac{1}{3}$ の無限等比級数の和を求めよ。

和

計算スペース

17

循環小数の変換・2桁くり返し

循環小数 $0.454545\dots$ を分数で表せ。

分数

計算スペース

18

数B既習の和の公式を利用

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n^2}$ を求めよ。

極限值

計算スペース

応用問題（プリント限定）

応1

1辺の長さが4の正方形がある。各辺の中点を結んで新しい正方形を作り、さらにその正方形の各辺の中点を結んで正方形を作る……という操作を無限に繰り返す。すべての正方形（最初の正方形を含む）の面積の総和を求めよ。

応2

図形の無限級数（正三角形の面積の和）

1辺の長さが4の正三角形がある。各辺の中点を結んで新しい正三角形を作り、さらにその正三角形の各辺の中点を結んで正三角形を作る……という操作を無限に繰り返す。すべての正三角形（最初の正三角形を含む）の面積の総和を求めよ。

面積の総和

計算スペース

応3

はさみうちの本格問題（n項の和）

$a_n = \frac{1}{n^2 + 1} + \frac{1}{n^2 + 2} + \cdots + \frac{1}{n^2 + n}$ とするとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

極限值

計算スペース

応4

はさみうちの本格問題（値が予測不能な項）

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(n!)}{n}$ を求めよ。（ $n!$ は n の階乗）

極限值

計算スペース

応5

文章題：無限等比級数の応用（バウンドするボール）

地面からの高さ10mの位置からボールを静かに落とす。ボールは地面に当たるたびに、直前の高さの $\frac{3}{5}$ の高さまで跳ね返るとする。ボールが跳ね返りを限りなく繰り返して最終的に静止するまでに動く距離の総和を求めよ。

距離の総和

m

計算スペース