

面積・体積・曲線の長さ

問題プリント（全19問）

氏名 _____

得点 _____ / 19点

DRILL

練習問題（全14問）

基本（1～6）

1

曲線とx軸の間の面積

曲線 $y = x^2$ と x 軸、および直線 $x = 2$ で囲まれた部分の面積 S ($0 \leq x \leq 2$) を求めよ。

$S =$

計算スペース

曲線と直線の間の面積

$$S =$$

e^xの面積

$$S =$$

計算スペース

4

sinxの面積

曲線 $y = \sin x$ と x 軸で囲まれた部分の面積 S ($0 \leq x \leq \pi$) を求めよ。

 $S =$

計算スペース

5

円錐の体積の確認

直線 $y = x$ ($0 \leq x \leq 3$) を x 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積は $V = \text{ア} \pi$ と表せる。アを求めよ。

ア=

計算スペース

6

球の体積の確認

円 $x^2 + y^2 = 4$ の上半分を x 軸のまわりに1回転させてできる球の体積は $V = \frac{\text{ア}}{3}\pi$ と表せる。アを求めよ。

ア=

計算スペース

標準 (7~11)

7

上下の関係を確認

曲線 $y = x^2$ と直線 $y = 2x$ で囲まれた部分の面積 S ($0 \leq x \leq 2$) を求めよ。

 $S =$

計算スペース

8

部分積分の結果を利用

曲線 $y = \ln x$ と x 軸、および直線 $x = e^2$ で囲まれた部分の面積 S ($1 \leq x \leq e^2$) を求めよ。

$S =$

計算スペース

9

2曲線の間を回転 (外側²–内側²)

曲線 $y = \sqrt{x}$ と直線 $y = x$ で囲まれた部分 ($0 \leq x \leq 1$) を x 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積 V を、 $V = \frac{\pi}{\text{ア}}$ の形で求めよ。アを求めよ。

ア=

計算スペース

10

直線でも公式が使えることの確認

直線 $y = 2x + 1$ ($0 \leq x \leq 3$) の長さ L を、曲線の長さの公式を使って求めよ。

 $L =$

計算スペース

11

 $1+(y')^2=1+x$ の形になる

曲線 $y = \frac{2}{3}x^{3/2}$ ($0 \leq x \leq 3$) の長さ L を求めよ。

 $L =$

計算スペース

挑戦 (12~14)

12

y軸回転は x^2 を y の式にして y で積分

曲線 $y = x^2$ ($x \geq 0$) と y 軸、直線 $y = 1$ で囲まれた部分を、 y 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積 V を、 $V = \frac{\pi}{\text{ア}}$ の形で求めよ。アを求めよ。

ア=

計算スペース

13

接線の式を先に求める

曲線 $y = e^x$ と、その $x = 0$ における接線で囲まれた部分の面積 S ($0 \leq x \leq 1$) を求めよ。

$S =$

計算スペース

14

$1+(y')^2$ が平方の形になる工夫

曲線 $y = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2x}$ ($1 \leq x \leq 2$) の長さ L を求めよ。

$$L =$$

--

計算スペース

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。2曲線の回転体・サイクロイド・面積等分など、入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

2曲線の間を回転

曲線 $y = x^2$ と $y = x$ で囲まれた部分 ($0 \leq x \leq 1$) を x 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積は $V = \frac{\text{ア}}{15}\pi$ と表せる。アを求めよ。

ア=

計算スペース

応2

パラメータ曲線の長さ（サイクロイド）

サイクロイド $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) は、円が転がるときにその円周上の1点が描く曲線として知られる。この曲線の長さ L を、パラメータ

表示の長さの公式 $L = \int \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt$ を使って求めよ。

$L =$

計算スペース

応3

面積を2等分する点を求める

曲線 $y = x^2$ と x 軸、直線 $x = 2$ で囲まれた部分の面積を、直線 $x = a$ ($0 < a < 2$) が2等分するという。 a の値を求めよ。

$a =$

計算スペース

応4

$1+(y')^2=\sec^2x$ になる曲線の長さ

曲線 $y = \ln(\cos x)$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$) の長さ L を求めよ。

$L =$

計算スペース

応5

y 軸回転の体積

曲線 $y = x^2$ ($x \geq 0$) と y 軸、直線 $y = 4$ で囲まれた部分を、 y 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積は $V = \text{ア} \pi$ と表せる。アを求めよ。

ア=

計算スペース