

定積分とその計算

問題プリント（全26問）

氏名 _____

得点 _____ / 26点

DRILL

練習問題（全16問）

基本（1～8）

1

基本の公式で直接計算

$$\int_0^2 x^2 dx \text{ を求めよ。}$$

値

2

1次式の定積分

$$\int_1^3 (2x + 1) dx \text{ を求めよ。}$$

値

3

e^x の定積分

$$\int_0^1 e^x dx \text{ を求めよ。}$$

値

4

$\sin x$ の定積分

$$\int_0^\pi \sin x dx \text{ を求めよ。}$$

値

5

$\cos x$ の定積分

$$\int_0^{\pi/2} \cos x dx \text{ を求めよ。}$$

値

6

$1/x$ の定積分

$$\int_1^2 \frac{1}{x} dx \text{ を求めよ。}$$

値

7

$1/\cos^2 x$ の定積分

$$\int_0^{\pi/4} \frac{1}{\cos^2 x} dx \text{ を求めよ。}$$

値

8

係数つき・負の下端

$$\int_{-1}^2 3x^2 dx \text{ を求めよ。}$$

値

標準（9～16）

9

置換積分（べき乗型）

$$\int_0^1 x(x^2 + 1)^2 dx \text{ を求めよ。}$$

値

10

置換積分（根号型）

$$\int_0^3 x\sqrt{x^2 + 16} dx \text{ を求めよ。}$$

値

11 部分積分 (x・e^x型)

$$\int_0^2 x e^x dx \text{ を求めよ。}$$

値

12 部分積分 (ln x型)

$$\int_1^{e^3} \ln x dx \text{ を求めよ。}$$

値

13 奇関数の性質

$$\int_{-2}^2 (x^3 + 3x) dx \text{ を求めよ。}$$

値

14 偶関数の性質

$$\int_{-1}^1 (3x^2 + 2) dx \text{ を求めよ。}$$

値

15 定積分方程式 (変数上限型)

$$\int_1^x f(t) dt = x^2 - 2x + a \text{ を満たす関数 } f(x) \text{ と定数 } a \text{ を求めよ。}$$

f(x)=

a=

16 置換積分 (x=tan θ 型)

$$\int_0^2 \frac{4}{4+x^2} dx \text{ を求めよ。ただし } x = 2 \tan \theta \text{ とおくこと。}$$

値

挑戦 (17~19)

17 円の面積との対応

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx \text{ を求めよ。}$$

値

18 部分積分+三角関数の値

$$\int_0^{\pi/2} x \cos x dx \text{ を求めよ。}$$

値

19 sin^n x と cos^n x の定積分の対応 (余角置換)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x dx = \frac{8}{15} \text{ であることが分かっているとき、置換 } x = \frac{\pi}{2} - t \text{ を利用して}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x dx \text{ の値を求めよ (} \sin^5 x \text{ の積分を直接計算しなおしてはいけない)。}$$

値

DRILL

応用問題 (プリント限定)

ここから先はPDF限定の腕試し。区分求積法の本格問題や絶対値つきの積分など、入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1 区分求積法 (本格)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + k^2} \text{ を求めよ。}$$

値

応2 円の面積の4分の1

$$\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx \text{ を求めよ。}$$

値

応3

絶対値つきの定積分

$$\int_0^3 |x-1| dx \text{ を求めよ。}$$

値

応5

奇関数・偶関数の分離+King property

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (x^3 \cos x + \sin^2 x) dx \text{ を求めよ。}$$

値

応4

置換積分 (lnxとxの組み合わせ)

$$\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx \text{ を求めよ。}$$

値

DRILL 記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

定積分の置換積分では、なぜ最後に $u = g(x)$ を x に戻す必要がなく、 u のままの数値で計算を終えられるのか、不定積分の置換積分との違いに触れながら説明せよ。

記2

$\int_{-2}^2 (x^3 + 4x^2) dx$ を、偶関数・奇関数の性質を使って求めよ。それぞれの項が偶関数・奇関数のどちらかを判定する根拠も書きながら、答案として仕上げよ。
