

不定積分（置換・部分積分）

問題プリント（全28問）

氏名 _____

得点 _____ / 28点

DRILL

練習問題（全20問）

基本（1～8）

1 x^α の公式

$$\int x^5 dx = \frac{1}{\text{ア}} x^6 + C \text{ のアを求めよ。}$$

ア =

2 係数つき x^α の公式

$$\int 6x^2 dx = \text{ア} x^3 + C \text{ のアを求めよ。}$$

ア =

3 負の指数

$$\int \frac{1}{x^3} dx = -\frac{1}{\text{ア} x^2} + C \text{ のアを求めよ。}$$

ア =

4 e^x の公式

$$\int 4e^x dx = \text{ア} e^x + C \text{ のアを求めよ。}$$

ア =

5 $1/x$ の公式

$$\int \frac{3}{x} dx = \text{ア} \ln |x| + C \text{ のアを求めよ。}$$

ア =

6 $\sin x$ の公式

$$\int 2 \sin x dx = -\text{ア} \cos x + C \text{ のアを求めよ。}$$

ア =

7 $\cos x$ の公式

$$\int 5 \cos x dx = \text{ア} \sin x + C \text{ のアを求めよ。}$$

ア =

8 $1/\cos^2 x$ の公式

$$\int \frac{3}{\cos^2 x} dx = \text{ア} \tan x + C \text{ のアを求めよ。}$$

ア =

標準（9～15）

9 置換積分（べき乗型）

$$\int 2x(x^2 + 1)^3 dx = \frac{(x^2 + 1)^{\text{ア}}}{\text{イ}} + C \text{ のア・イを求めよ。}$$

ア = イ =

10

置換積分（根号型）

$$\int x\sqrt{x^2+3}dx = \frac{1}{\text{ア}}(x^2+3)^{3/2} + C \text{ の}$$

アを求めよ。

ア=

11

部分積分（ $x \cdot e^x$ 型）

$$\int xe^x dx = (x - \text{ア})e^x + C \text{ のアを求め}$$

よ。

ア=

12

部分積分（係数つき）

$$\int 2xe^x dx = \text{ア}(x - \text{イ})e^x + C \text{ のア・イを}$$

求めよ。

ア= イ=

13

部分積分（ $\ln x$ 型）

$$\int \ln x dx = x \ln x - \text{ア}x + C \text{ のアを求め}$$

よ。

ア=

14

部分分数分解

$$\int \frac{1}{x^2-1} dx = \frac{1}{\text{ア}} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C \text{ のアを}$$

求めよ。

ア=

15

置換積分（指数関数分数型・ $t=e^x$ とおく）

$$\int \frac{4e^x}{e^x+3} dx = \text{ア} \log(e^x + \text{イ}) + C \text{ の}$$

ア・イを求めよ。

ア= イ=

挑戦（16～21）

16

半角公式

$$\int \sin^2 x dx = \frac{x}{\text{ア}} - \frac{\sin 2x}{\text{イ}} + C \text{ のア・イを}$$

求めよ。

ア= イ=

17

部分積分を2回使う

$$\int x^2 e^x dx = (x^2 - \text{ア}x + \text{イ})e^x + C \text{ の}$$

ア・イを求めよ。

ア= イ=

18

 $\tan^2 x$ の積分

$$\int \tan^2 x dx = \tan x - \text{ア}x + C \text{ のアを求め}$$

よ。

ア=

19

 $\sin^3 x$ の積分（奇数乗の分解+置換）

$$\int \sin^3 x dx = \frac{\cos^3 x}{\text{ア}} - \text{イ} \cos x + C \text{ の}$$

ア・イを求めよ。

ア= イ=

20

積和公式（ $\sin(mx)\cos(nx)$ の積分）

$$\int \sin 3x \cos x dx = -\frac{\cos 4x}{\text{ア}} - \frac{\cos 2x}{\text{イ}} + C$$

のア・イを求めよ。

ア= イ=

21

仮分数の分数関数（割り算→分解）

$$\int \frac{x^2}{x-1} dx = \frac{x^2}{\text{ア}} + x + \text{イ} \ln|x-1| + C$$

のア・イを求めよ。

ア= イ=

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。2回の部分積分・置換と部分積分の組み合わせなど、入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

部分積分を2回使って同じ式に戻す

$$\int e^x \sin x \, dx = \frac{e^x (\sin x - \cos x)}{A} + C \quad \text{の } A \text{ を求めよ。}$$

A =

応2

tanxを置換積分で求める

$$\int \tan x \, dx = A \ln |\cos x| + C \quad \text{の } A \text{ を求めよ。}$$

A =

応3

部分積分をくり返す漸化式的な考え方

問題16の結果 $\int x^2 e^x \, dx = (x^2 - 2x + 2)e^x + C$ を使って、 $\int x^3 e^x \, dx = (x^3 + Ax^2 + 6x + I)e^x + C$ のA・Iを求めよ。

A = I =

応4

部分分数分解（分子が定数でない）

$$\int \frac{x+3}{(x-1)(x+2)} \, dx = \frac{A}{3} \ln|x-1| + \frac{1}{3} \ln|x+2| + C \quad \text{の } A \cdot I \text{ を求めよ。}$$

A = I =

応5

部分積分（ $x \cdot \ln x$ 型）

$$\int x \ln x \, dx = \frac{x^2}{A} \ln x - \frac{x^2}{I} + C \quad \text{の } A \cdot I \text{ を求めよ。}$$

A = I =

DRILL 記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

不定積分の公式のうち $\int x^\alpha \, dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ が $\alpha = -1$ のときだけ使えず、代わりに $\int \frac{1}{x} \, dx = \ln|x| + C$ という別の公式が必要になる理由を説明せよ。

記2

$\int (3x+2) \cos x \, dx$ を求めよ。部分積分でどちらを $f(x)$ 、どちらを $g'(x)$ にするかを根拠も書きながら、答案として仕上げよ。
