

微分の応用（速度・近似・不等式）

問題プリント（全19問）

氏名 _____

得点 _____ / 19点

DRILL

練習問題（全14問）

基本（1～6）

1

解の個数・範囲の内側

$f(x) = x^3 - 3x^2$ について、方程式 $f(x) = -2$ の異なる実数解の個数を求めよ。

解の個数 個

計算スペース

2

解の個数・範囲の外側

$f(x) = x^3 - 3x^2$ について、方程式 $f(x) = 1$ の異なる実数解の個数を求めよ。

解の個数 個

計算スペース

3

直線上の運動・基本

直線上を運動する点の位置が $x(t) = t^3 - 4t^2 + 3t$ ($t \geq 0$) で表されるとき、
 $t = 1$ における速度・加速度を求めよ。

速度 加速度

計算スペース

4

直線上の運動・別の時刻

問題3と同じ $x(t) = t^3 - 4t^2 + 3t$ について、 $t = 3$ における速度・加速度を求めよ。

速度

加速度

計算スペース

5

近似式・ $(1+x)^n$ の基本形

1次近似 $(1+x)^n \approx 1+nx$ を用いて、 $(1.01)^{10}$ の近似値を求めよ。

近似値

計算スペース

近似式・負の指数

近似值

計算スペース

7 問題1・2と同じ $f(x) = x^3 - 3x^2$ について、方程式 $f(x) = 0$ の異なる実数解の個数を求めよ。

解の個数

--

個

計算スペース

11

1次近似を用いて、 $\sqrt[3]{1003}$ の近似値を求めよ。

挑戦 (12~14)

12

解の個数から逆にaの範囲を求める

$g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ について、方程式 $g(x) = a$ が異なる3つの実数解をもつような a の範囲を求めよ。(下限より大きく上限より小さい、と入力)

$$\boxed{} < a < \boxed{}$$

13

加速度が0になる時刻

直線上を運動する点の位置が $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ ($t \geq 0$) で表されるとき、加速度が0になる時刻 t と、そのときの速度を求めよ。

 $t =$

そのときの速度

計算スペース

14

一般の1次近似 ($(1+x)^n$ の形でない場合)

$f(x) = x^3$ とする。1次近似 $f(x) \doteq f(a) + f'(a)(x - a)$ を $a = 2$ として用い、 $(2.01)^3$ の近似値を求めよ。

近似値

計算スペース

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。平均値の定理の入り口と、不等式証明の応用に挑戦しよう。

応1

平均値の定理・入り口

関数 $f(x) = x^2$ について、区間 $[1, 3]$ で平均値の定理を用いると、
 $\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = f'(c)$ を満たす c ($1 < c < 3$) がただ1つ存在する。この c の
値を求めよ。

$c =$

計算スペース

応2

平均値の定理・ c が根号を含む

関数 $f(x) = x^3$ について、区間 $[0, 2]$ で平均値の定理を用いると

$\frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = f'(c)$ を満たす c ($0 < c < 2$) が存在する。この c の値を求めよ。

$c =$

計算スペース

応3

不等式証明の応用（三角関数）

$x > 0$ のとき $\sin x < x$ が成り立つことを証明せよ。

計算スペース

応4

不等式証明の応用 (STEP2の結果を利用)

$x \geq 0$ のとき $e^x \geq 1 + x + \frac{x^2}{2}$ が成り立つことを証明せよ。(STEP2で示した $e^x \geq 1 + x$ を利用してよい)

計算スペース

応5

不等式証明の応用 (対数)

$x > 0$ のとき $\ln(1+x) < x$ が成り立つことを証明せよ。

計算スペース