

接線・増減・グラフ

問題プリント（全30問）

氏名 _____

得点 ____ / 30点

DRILL

練習問題（全18問）

基本（1～7）

1 接線・べき関数

曲線 $y = x^3$ 上の点 $(1, 1)$ における接線の傾きと y 切片を求めよ。

傾き y 切片

2 接線・指数関数

曲線 $y = e^x$ 上の点 $(0, 1)$ における接線の傾きと y 切片を求めよ。

傾き y 切片

3 接線・対数関数

曲線 $y = \ln x$ 上の点 $(1, 0)$ における接線の傾きと y 切片を求めよ。

傾き y 切片

4 極値・基本の3次関数

$y = x^3 - 3x$ の極値を求めよ。

極大値 ($x =$
) 極小値 ($x =$)

5 極値・3次関数（別パターン）

$y = x^3 - 12x$ の極値を求めよ。

極大値 ($x =$
) 極小値 ($x =$)

6 変曲点・基本

$y = x^3 - 3x^2 + 2$ の変曲点の座標を求めよ。

変曲点 (,)

7 $f''(x)=0$ でも変曲点にならない例

$y = x^4$ について、 $f''(0) = 0$ となることを確認したうえで、 $x = 0$ が変曲点であるかどうかを、 $f''(x)$ の符号の変化を調べて判定せよ。

$f''(0) =$ $x = 0$ は変曲点か：

標準（8～15）

8 曲線 $y = xe^x$ 上の点 $(0, 0)$ における接線の傾きと y 切片を求めよ。

傾き y 切片

9 曲線 $y = \frac{\ln x}{x}$ 上の点 $(e, \frac{1}{e})$ における接線の傾きと y 切片を求めよ。

傾き y 切片

10 $y = (x - 1)e^x$ の極値を求めよ。

極小値 ($x =$)

11 $y = x - \ln x$ ($x > 0$) の極値を求めよ。

極小値 ($x =$)

12 $y = (x - 2)e^x$ の変曲点の座標を求めよ。

変曲点 (,)

13 $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ の変曲点の座標を求めよ。

変曲点 (,)

14 接線・指数関数（傾きの条件から係数決定）

$y = e^{ax}$ のグラフ上の点 $(0, 1)$ における接線の傾きが 2 であるとき、定数 a の値を求めよ。

$a =$

15 極値の条件から係数を決定

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ が $x = 1$ で極大値 2 をとるように、定数 a, b の値を求めよ。

$a =$ $b =$

挑戦 (16~22)

16 極値・積の微分+ e^x

$y = x^2e^{-x}$ の極値を求めよ。極大値は $\frac{k}{e^2}$ の形で表せるとして、 k の値とそのときの x 、また極小値とそのときの x を求めよ。

極大値の $k =$ ($x =$)
極小値 ($x =$)

17 変曲点が2つある・根号を含む解

$y = x^2e^{-x}$ の変曲点の x 座標をすべて求めよ (2 つある)。

$x =$

18 変曲点と接線の複合

$y = x^3 - 3x^2 + 4$ の変曲点における接線の方程式を求めよ。変曲点の x 座標、接線の傾き、 y 切片を答えよ。

変曲点 $x =$ 傾き
 y 切片

19 STEP4の例題9の続き（総仕上げ）

STEP4で調べた $y = xe^{-x}$ について、極値をとる x の値、変曲点の x 座標、そして変曲点における接線の傾きを求めよ。

極値の $x =$ 変曲点の $x =$
接線の傾き

20 曲線外の点から引く接線・接点をtとおく

点 $(0, 0)$ から曲線 $y = e^{2x}$ へ引いた接線の方程式を求めよ。接点の x 座標と、接線の傾きを答えよ。

接点の x 座標 傾き

21 曲線外の点から引く接線・対数関数

点 $(0, -1)$ から曲線 $y = \ln x$ へ引いた接線の方程式を求めよ。接点の x 座標と、接線の傾きを答えよ。

接点の x 座標 傾き

22 常に増加する条件（判別式）

$f(x) = x^3 + ax^2 + ax + 1$ がすべての実数 x で常に増加するように、定数 a の値の範囲を求めよ。

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。パラメータ条件・漸近線・区間内の最大最小の融合問題に挑戦しよう。

応1

極値をもつ条件（判別式）

$f(x) = x^3 + ax + 1$ が極大値・極小値をともにもつような a の値の範囲を求めよ。範囲は $a < K$ の形で表せるとして、 K の値を求めよ。

$K =$

応2

漸近線を求める（斜め+縦）

$y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ の漸近線をすべて求めよ。斜めの漸近線は $y = mx + n$ の形、縦の漸近線は $x = p$ の形で答えよ。

斜め: $m =$ $n =$

縦: $p =$

応3

最大最小の融合（端点と極値の比較・タイ）

$f(x) = x^3 - 3x$ ($-2 \leq x \leq 3$) の最大値・最小値を求めよ。最小値をとる x が2つある場合はコンマ区切りで入力せよ。

最大値 ($x =$
) 最小値 ($x =$)

応4

極値をもつ条件（判別式・係数が複雑）

$f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + 1$ が極大値・極小値をともにもつような a の値の範囲を求めよ。範囲は $a < K$ の形で表せるとして、 K の値を求めよ。

$K =$

応5

最大最小の融合（STEP4の関数の区間内最大最小）

$f(x) = xe^{-x}$ ($0 \leq x \leq 3$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$
) 最小値 ($x =$)

応6

共通接線・接点を2つ文字でおく

2つの曲線 $y = x^2$ と $y = x^2 - 4x$ の両方に接する直線（共通接線）を求めよ。傾きと y 切片を答えよ。

傾き y 切片

DRILL 記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

極値や変曲点を求めるとき、なぜ $f'(x) = 0$ や $f''(x) = 0$ を解くだけでは不十分で、その前後で符号が実際に変わることで確認する必要があるのか。具体例を挙げながら説明せよ。

記2 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ について、増減・凹凸を調べ、極値と変曲点を求めよ。
