

いろいろな関数の導関数

問題プリント（全28問）

氏名 _____

得点 _____ / 28点

DRILL

練習問題（全18問）

基本（1～9）

1 sinxの微分係数

$y = \sin x$ の $x = \frac{\pi}{3}$ における微分係数を求めよ。

$$y' \left(\frac{\pi}{3} \right) = \boxed{}$$

2 cosxの微分係数

$y = \cos x$ の $x = \frac{\pi}{6}$ における微分係数を求めよ。

$$y' \left(\frac{\pi}{6} \right) = \boxed{}$$

3 tanxの微分係数

$y = \tan x$ の $x = \frac{\pi}{4}$ における微分係数を求めよ。

$$y' \left(\frac{\pi}{4} \right) = \boxed{}$$

4 ln xの微分係数

$y = \ln x$ の $x = 4$ における微分係数を求めよ。

$$y'(4) = \boxed{}$$

5 e^x の微分係数

$y = e^x$ の $x = 2$ における微分係数を求めよ。

$$y'(2) = \boxed{}$$

6 $\ln(kx)$ の微分・チェーンルール

$y = \ln(3x)$ の $x = 5$ における微分係数を求めよ。

$$y'(5) = \boxed{}$$

7 $\sin(kx)$ の微分・チェーンルール

$y = \sin(3x)$ の $x = 0$ における微分係数を求めよ。

$$y'(0) = \boxed{}$$

8 $e^{(kx)}$ の微分・チェーンルール

$y = e^{-2x}$ の $x = 0$ における微分係数を求めよ。

$$y'(0) = \boxed{}$$

9 $\log_a x$ の微分係数

$y = \log_2 x$ の $x = 8$ における微分係数を求めよ。

$$y'(8) = \boxed{}$$

標準（10～16）

10 $y = x \sin x$ の $x = \frac{\pi}{2}$ における微分係数を求めよ。

$$y' \left(\frac{\pi}{2} \right) = \boxed{}$$

- 11 $y = e^{2x} \cos x$ の $x = 0$ における微分係数を求めよ。

$$y'(0) = \boxed{}$$

- 12 $y = \frac{\ln x}{x}$ の $x = e$ における微分係数を求めよ。

$$y'(e) = \boxed{}$$

- 13 $y = x \ln x$ の $x = e$ における微分係数を求めよ。

$$y'(e) = \boxed{}$$

- 14 $y = \cos(2x)$ の $x = \frac{\pi}{4}$ における微分係数を求めよ。

$$y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \boxed{}$$

- 15 $y = \ln(x^2 + 1)$ の $x = 3$ における微分係数を求めよ。

$$y'(3) = \boxed{}$$

- 16 媒介変数表示の接線の方程式

媒介変数表示 $x = 2 \cos t$, $y = 3 \sin t$ で表される曲線上の $t = \frac{\pi}{6}$ に対応する点における接線の方程式を求めよ。

接線: $y = \boxed{}$

挑戦 (17~20)

- 17 高次導関数

$y = \sin x$ の第2次導関数 y'' を求め、 $y''(\pi)$ の値を求めよ。

$$y''(\pi) = \boxed{}$$

- 18 高次導関数

$y = e^{2x}$ の第3次導関数 y''' を求め、 $y'''(0)$ の値を求めよ。

$$y'''(0) = \boxed{}$$

- 19 陰関数の微分

$x^2 + y^2 = 25$ について、点 $(3, 4)$ における $\frac{dy}{dx}$ の値を求めよ。

$$y' = \boxed{}$$

- 20 媒介変数表示の微分

$x = t^2$, $y = t^3$ について、 $t = 2$ における $\frac{dy}{dx}$ の値を求めよ。

$$\frac{dy}{dx} = \boxed{}$$

DRILL

応用問題 (プリント限定)

ここから先はPDF限定の腕試し。対数微分法の本格的な使い方や、媒介変数・陰関数の応用に挑戦しよう。

- 応1 対数微分法の本格問題

$y = \frac{(x+1)^2(x-2)}{\sqrt{x+3}}$ を対数微分法で微分し、 $y'(1)$ の値を求めよ。

$$y'(1) = \boxed{}$$

応2

x^x の微分（対数微分法）

$y = x^x$ ($x > 0$) を微分し、 $y'(1)$ の値を求めよ。

$$y'(1) = \boxed{}$$

応3

媒介変数（楕円）の微分

$x = 2 \cos t, y = 3 \sin t$ について、 $t = \frac{\pi}{6}$ における $\frac{dy}{dx}$ の値を求めよ。

$$\frac{dy}{dx} = \boxed{}$$

応4

指数を含む陰関数の微分

$xy = e^{x-y}$ について、点 $(1, 1)$ における $\frac{dy}{dx}$ の値を求めよ。

$$y' = \boxed{}$$

応5

高次導関数の総合問題

$y = e^x \sin x$ の第2次導関数 y'' を求め、 $y''(0)$ の値を求めよ。

$$y''(0) = \boxed{}$$

応6

第 n 次導関数の推測と数学的帰納法

$y = e^{2x}$ の第 n 次導関数 $y^{(n)}$ を n の式で推測し、数学的帰納法で証明せよ。また、 $y^{(5)}(0)$ の値を求めよ。

$$y^{(5)}(0) = \boxed{}$$

DRILL

記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

対数微分法を使うと、なぜ複雑な積・商・累乗が混ざった関数の微分が簡単になるのか、対数の性質と関連づけて説明せよ。また、両辺を微分するとき左辺 $\ln y$ の微分がなぜ単に $\frac{1}{y}$ ではなく $\frac{y'}{y}$ になるのかもあわせて説明せよ。

記2

曲線 $x^2 + xy + y^2 = 7$ 上の点 $(1, 2)$ における接線の傾き $\frac{dy}{dx}$ を求めよ。
