

微分の計算（積・商・合成）

問題プリント（全26問）

氏名 _____

得点 /26点

DRILL

練習問題（全18問）

基本（1～8）

1 積の微分・基本

$y = x^2(x - 3)$ を微分したとき、 y' の x^2 の係数と x の係数を求めよ。

x^2 の係数 x の係数

2 積の微分・次数が上がる

$y = (x^3 + 2)(x - 1)$ を微分したとき、 y' の x^3 の係数と x^2 の係数を求めよ。

x^3 の係数 x^2 の係数

3 積の微分・特定点での値

$y = (2x - 1)(x^2 + 3)$ を微分し、 $y'(2)$ の値を求めよ。

$y'(2) =$

4 商の微分・基本

$y = \frac{x - 3}{x + 2}$ を微分すると $y' = \frac{A}{(x + 2)^2}$ の形になる。 A の値を求めよ。

$A =$

5 商の微分・特定点での値

$y = \frac{3x}{x + 1}$ を微分し、 $y'(1)$ の値を求めよ。

$y'(1) =$

6 合成関数・基本

$y = (3x + 2)^3$ を微分すると $y' = A(3x + 2)^2$ の形になる。 A の値と $y'(0)$ の値を求めよ。

$A =$ $y'(0) =$

7 合成関数・特定点での値

$y = (x^2 - 2x)^2$ を微分し、 $y'(3)$ の値を求めよ。

$y'(3) =$

8 x^n の拡張・負の指数

$y = x^{-3} = \frac{1}{x^3}$ を微分すると $y' = Ax^{-4}$ の形になる。 A の値を求めよ。

$A =$

標準（9～15）

9 $y = \frac{x^2}{x + 1}$ を微分し、 $y'(1)$ の値を求めよ。

$y'(1) =$

10 積の微分+合成関数の組み合わせ

$y = x(x^2 + 1)^2$ を微分し、 $y'(1)$ の値を求めよ。

$y'(1) =$

11

商の微分（分母が合成関数）

$y = \frac{1}{(x^2 + 1)^2}$ を微分し、 $y'(1)$ の値を求めよ。

$$y'(1) = \boxed{}$$

12

合成関数（負の指数を使う）

$y = \frac{1}{3x - 2}$ を微分し、 $y'(2)$ の値を求めよ。

$$y'(2) = \boxed{}$$

13

xnの拡張・分数の指数

$y = x^{\frac{3}{2}}$ を微分し、 $y'(4)$ の値を求めよ。

$$y'(4) = \boxed{}$$

14

商の微分（分子が合成関数）

$y = \frac{(x + 1)^2}{x - 1}$ を微分し、 $y'(0)$ の値を求めよ。

$$y'(0) = \boxed{}$$

15

微分可能性の判定（左右微分係数の比較）

$y = |x|$ が $x = 0$ で微分可能かどうかを、定義に戻って調べる。右側極限 $\lim_{h \rightarrow 0+} \frac{|0 + h| - |0|}{h}$ の値を A 、左側極限 $\lim_{h \rightarrow 0-} \frac{|0 + h| - |0|}{h}$ の値を B とする。また、 $y = x|x|$ は $x = 0$ で微分可能であり、その微分係数 $y'(0)$ の値を C とする。 A 、 B 、 C の値を求めよ。

$$A = \boxed{} \quad B = \boxed{} \quad C = \boxed{}$$

挑戦（16～19）

16

2重の合成関数

$y = \{(2x + 1)^2 + 3\}^2$ を微分し、 $y'(0)$ の値を求めよ。

$$y'(0) = \boxed{}$$

17

商の微分+合成関数

$y = \left(\frac{x + 1}{x - 1}\right)^2$ を微分し、 $y'(3)$ の値を求めよ。

$$y'(3) = \boxed{}$$

18

xnの拡張の応用（式を書きかえる）

$y = \frac{2}{x^3} - \frac{3}{\sqrt{x}}$ を微分し、 $y'(1)$ の値を求めよ。

$$y'(1) = \boxed{}$$

19

積の微分（かたまりを見抜く）

$y = x^2(x^2 - 1)$ を微分したとき、 y' の x^3 の係数と x の係数を求めよ。

$$x^3 \text{ の係数 } \boxed{} \quad x \text{ の係数 } \boxed{}$$

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。逆関数の微分の入り口や、合成関数のさらに深い使い方に挑戦しよう。

応1

逆関数の微分の入り口

$f(x) = x^3 + x$ は実数全体で単調に増加するので、逆関数 f^{-1} が存在する。逆関数の微分は $(f^{-1})'(a) = \frac{1}{f'(f^{-1}(a))}$ で計算できる。これを使って $(f^{-1})'(2)$ の値を求めよ。

$$(f^{-1})'(2) = \boxed{}$$

応2

合成関数 (3乗の逆数)

$y = \frac{1}{(x^2 + 1)^3}$ を微分し、 $y'(1)$ の値を求めよ。

$$y'(1) = \boxed{}$$

応3

積の微分と商の微分の複合

$y = \frac{x^2}{(x^2 + 1)^2}$ を微分し、 $y'(2)$ の値を求めよ。

$$y'(2) = \boxed{}$$

応4

分数の指数を使った合成関数

曲線が $x = t, y = g(t)$ のように媒介変数 (パラメータ) で表される場合の微分は次のページ (いろいろな関数の導関数) で扱う。ここでは x^n の指数拡張とチェーンルールを組み合わせた問題に取り組もう。 $y = (x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}$ を微分し、 $y'(2)$ の値を求めよ。

$$y'(2) = \boxed{}$$

応5

総合問題 (商の微分 + 合成関数)

$y = \left(\frac{x}{x^2 + 1}\right)^3$ を微分し、 $y'(2)$ の値を求めよ。

$$y'(2) = \boxed{}$$

DRILL 記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

2つの関数の積を微分するとき、なぜ $f'(x)g'(x)$ のように「それぞれを微分してからかけ合わせる」のはいけないのか。具体的な関数を使って確かめながら説明せよ。

記2

関数 $y = x(x - 2)^2$ について、 y' を求め、 $x = 1$ における接線の方程式を求めよ。
