

微分法 まとめ

問題プリント（全27問）

氏名 _____

得点 /27点

DRILL

まとめテスト（標準）

基本（1～15）

1 積の微分・基本

$y = x^2(2x - 1)$ を微分したとき、 y' の x^2 の係数と x の係数を求めよ。

x^2 の係数 x の係数

2 積の微分・特定点での値

$y = (x + 2)(x^2 - 3)$ を微分し、 $y'(1)$ の値を求めよ。

$y'(1) =$

3 商の微分・基本

$y = \frac{2x + 1}{x - 3}$ を微分し、 $y'(1)$ の値を求めよ。

$y'(1) =$

4 商の微分・特定点での値

$y = \frac{x^2}{x - 1}$ を微分し、 $y'(2)$ の値を求めよ。

$y'(2) =$

5 合成関数・基本

$y = (3x - 1)^3$ を微分すると $y' = A(3x - 1)^2$ の形になる。 A の値と $y'(1)$ の値を求めよ。

$A =$ $y'(1) =$

6 合成関数・特定点での値

$y = (x^2 + 2)^2$ を微分し、 $y'(1)$ の値を求めよ。

$y'(1) =$

7 $\sin x$ の微分係数

$y = \sin x$ の $x = \frac{\pi}{6}$ における微分係数を求めよ。

$y'\left(\frac{\pi}{6}\right) =$

8 $\cos x$ の微分係数

$y = \cos x$ の $x = \frac{\pi}{3}$ における微分係数を求めよ。

$y'\left(\frac{\pi}{3}\right) =$

9 $\ln x$ の微分係数

$y = \ln x$ の $x = 5$ における微分係数を求めよ。

$y'(5) =$

10 e^x の微分係数

$y = e^x$ の $x = 3$ における微分係数を求めよ。

$y'(3) =$

11

接線・べき関数

曲線 $y = x^3 - 2x$ 上の点 $(1, -1)$ における接線の傾きと y 切片を求めよ。

傾き y 切片

12

接線・指数関数

曲線 $y = e^x$ 上の点 $(2, e^2)$ における接線の傾きと y 切片を求めよ。

傾き y 切片

13

極値・3次関数

$y = 2x^3 - 3x^2 - 12x$ の極値を求めよ。

極大値 ($x =$)
極小値 ($x =$)

14

変曲点・基本

$y = x^3 - 3x^2 + 5$ の変曲点の座標を求めよ。

変曲点 (,)

15

区間内の最大最小

$y = x^3 - 3x$ ($0 \leq x \leq 3$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$)
最小値 ($x =$)

発展 (16~25)

16

商の微分+合成関数

$y = \frac{1}{(x^2 - 1)^2}$ を微分し、 $y'(2)$ の値を求めよ。

$y'(2) =$

17

対数微分法

$y = (x + 1)^2(x - 3)^3$ を対数微分法で微分し、 $y'(2)$ の値を求めよ。

$y'(2) =$

18

陰関数の微分

$x^2 + xy + y^2 = 13$ について、点 $(3, 1)$ における $\frac{dy}{dx}$ の値を求めよ。

$y' =$

19

媒介変数表示の微分

$x = t^3, y = t^2$ について、 $t = 2$ における $\frac{dy}{dx}$ の値を求めよ。

$\frac{dy}{dx} =$

20

高次導関数

$y = e^{3x}$ の第3次導関数 y''' を求め、 $y'''(0)$ の値を求めよ。

$y'''(0) =$

21

解の個数 (増減表から求める)

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$ について、方程式 $f(x) = 0$ の異なる実数解の個数を求めよ。

解の個数 個

22

不等式証明 (最小値を利用)

$x > 0$ のとき $\sqrt{1+x} < 1 + \frac{x}{2}$ が成り立つことを証明せよ。

23

速度・加速度の総合

直線上を運動する点の位置が $x(t) = t^3 - 9t^2 + 24t$ ($t \geq 0$) で表されるとき、速度が0になる時刻をすべて求めよ。時刻が2つあるときはコンマ区切りで入力せよ。また、 $t = 3$ における加速度を求めよ。

速度が0になる時刻 $t =$ $t = 3$

での加速度

24

近似式・負の微少量

1次近似 $(1+x)^n \doteq 1+nx$ を用いて、 $(0.98)^5$ の近似値を求めよ。

近似値

25

総合問題：極値＋接線（章の総仕上げ）

$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$ の極値を求めよ。また、この曲線の $x = 3$ における接線の傾きと y 切片を求めよ。

極大値 ($x =$)
) 極小値 ($x =$)
 $x = 3$ での接線：傾き y 切片

DRILL

記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1 この章では、積・商・合成関数の微分公式から出発して、三角関数・対数関数・指数関数の微分へと公式を広げ、最終的にはそれらを使って接線・増減・極値、方程式・不等式への応用へと発展させた。この一連の流れを、具体例を挙げながら説明せよ。

記2 $y = x \ln x - x$ ($x > 0$) について、 y' を求め、増減・極値を調べよ。さらに y'' を求め、この関数のグラフの凹凸について分かることを述べよ。

EXAM
共通テスト形式チャレンジ

大問1 目標時間 8分/配点 20点

物理研究部の花子さんは、紙ロケットを打ち上げる実験をしている。打ち上げてから t 秒後のロケットの地面からの高さ $h(t)$ (m) は、 $h(t) = -t^3 + 15t^2$ ($0 \leq t \leq 15$) で近似できることが分かった。花子さんは先生と一緒に、速度と加速度を調べている。

先生「まずは高さの式を時刻 t で微分して、速度の式を求めてみよう。」

花子「はい。 $v(t) = h'(t)$ ですね。」

- (1) 速度 $v(t) = h'(t)$ を求めると、 $v(t) = -3t^2 + \boxed{\text{アイ}}t$ となる。アイの値を求めよ。

アイ

- (2) 先生「加速度 $a(t) = v'(t)$ も求めて、加速度が0になる時刻を調べてみよう。それは速度が最大になる瞬間でもあるよ。」

加速度は $a(t) = v'(t) = -6t + \boxed{\text{ウエ}}$ となる。 $a(t) = 0$ となる時刻は $t = \boxed{\text{オ}}$ (秒) であり、そのときの速度は $v(\boxed{\text{オ}}) = \boxed{\text{カキ}}$ (m/秒) である。

ウエ オ カキ

- (3) 花子「じゃあ、ロケットが最高点に達する時刻も調べてみます。」

$v(t) = 0$ となる時刻のうち $t > 0$ であるものを求めると $t = \boxed{\text{クケ}}$ (秒) であり、そのときの高さは $h(\boxed{\text{クケ}}) = \boxed{\text{コサシ}}$ (m) である。

クケ コサシ

大問2 目標時間 8分/配点 20点

薬学に興味がある太郎さんは、体内の薬物濃度の変化について調べている。ある薬を服用したあとの血中濃度 $C(t)$ (μ g/mL) は、服用から t 時間後に $C(t) = 100e^{-0.1t}$ ($t \geq 0$) で近似できるという。太郎さんは先生と一緒に、濃度の減少の様子を微分を使って調べている。

先生「まずは $C(t)$ を t で微分して、濃度が減少していく速さを求めてみよう。」

(1) $C'(t)$ を求めると $C'(t) = \boxed{\text{アイ}} e^{-0.1t}$ となる (アイは符号もつけて入力せよ)。

アイ

(2) 先生「(1)の結果を使うと、 $t = 0$ における接線が求められるね。」

曲線 $y = C(t)$ 上の $t = 0$ における接線の傾きは $\boxed{\text{ウエ}}$ (符号もつけて入力せよ)、 y 切片は $\boxed{\text{オカキ}}$ である。

ウエ オカキ

(3) 太郎「濃度が減少していく速さが、服用直後 ($t = 0$) の半分になるのは何時間後か知りたいです。」
先生「 $C'(t)$ の絶対値が $C'(0)$ の絶対値の半分になる時刻を求めればいいね。」

$C'(t) = \frac{1}{2}C'(0)$ となる時刻 t を、 $\boxed{\text{クケ}} \ln \boxed{\text{コ}}$ の形で求めよ。

クケ コ