

軌跡と領域

問題プリント（全26問）

氏名 _____

得点 /26点

DRILL

練習問題（全15問）

基本（1～7）

1 円の定義そのもの

点 $A(2, 0)$ から距離が 3 である点Pの軌跡を求めよ。中心の座標と半径を答えよ。

中心 (,) 半径

2 垂直二等分線（軸に平行）

2定点 $A(-3, 0)$ 、 $B(5, 0)$ から等距離にある点Pの軌跡は、直線 $x =$ いくつか。

$x =$

3 垂直二等分線（軸に平行）

2定点 $A(0, -2)$ 、 $B(0, 4)$ から等距離にある点Pの軌跡は、直線 $y =$ いくつか。

$y =$

4 直線の上下判定

不等式 $y > 2x - 1$ の表す領域に、点 $P(0, 3)$ は含まれるか。含まれるなら「○」、含まれないなら「×」を入力せよ。

5 円の内部判定・境界に注意

不等式 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 < 9$ の表す領域に、点 $Q(4, 2)$ は含まれるか。含まれるなら「○」、含まれないなら「×」を入力せよ。

6 アポロニウスの円

2定点 $A(0, 0)$ 、 $B(9, 0)$ に対し、 $PA : PB = 1 : 2$ を満たす点Pの軌跡を求めよ。中心の座標と半径を答えよ。

中心 (,) 半径

7 軌跡の求め方（線分の中点の軌跡）

点 $A(4, 2)$ を定点とし、点Pは円 $x^2 + y^2 = 4$ 上を動く点とする。線分APの中点をMとすると、Mの軌跡を求めよ。

標準（8～14）

8 連立不等式の判定

連立不等式 $y \leq -x + 5$ 、 $y \geq x - 1$ 、 $x \geq 0$ の表す領域に、点 $(2, 2)$ は含まれるか。含まれるなら「○」、含まれないなら「×」を入力せよ。

9

円の外部判定

不等式 $(x-3)^2 + (y+1)^2 > 25$ の表す領域
(円の外部) に、点 $R(9, 2)$ は含まれるか。含
まれるなら「○」、含まれないなら「×」を入力せ
よ。

10

距離の2乗の和が一定の軌跡

2定点 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ に対し、 $PA^2 +$
 $PB^2 = 26$ を満たす点Pの軌跡を求めよ。中心
の座標と半径を答えよ。

中心 (,) 半径

11

領域内の最大値・最小値

連立不等式 $x \geq 0$ 、 $y \geq 0$ 、 $x + 2y \leq 10$ 、
 $2x + y \leq 8$ の表す領域において、 $x + y$ の最大
値と最小値を求めよ。

最大値 最小値

12

記述式：パラメータ消去型の軌跡

点 $A(4, 0)$ を通り、傾き m の直線がある (m
はすべての実数値を取り得る)。この直線と y 軸
との交点を Q とする。 m の値が変化するとき、
線分AQの中点Pの軌跡を求めよ。

13

記述式：点と直線の距離との関係

実数 x, y が $x + y = 6$ を満たすとき、 $x^2 +$
 y^2 の最小値を求めよ。(ヒント： $x^2 + y^2$ は原点
からの距離の2乗)

14

円上の動点と定点を結ぶ線分の中点の軌跡

定点 $A(6, 0)$ があり、点Pは円 $x^2 + y^2 = 9$ 上
を動く。線分APの中点をMとすると、Mの軌
跡を求めよ。

軌跡の中心 (,)
半径

挑戦 (15~19)

15

円の領域と1次式の最大最小

実数 x, y が $(x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 4$ を満た
すとき、 $x + 2y$ の最大値と最小値を求めよ。

16

アポロニウスの円 (一般の2点)

2定点 $A(1, 2)$ 、 $B(4, -1)$ に対し、 $PA :$
 $PB = 1 : 2$ を満たす点Pの軌跡を求めよ。

17

軌跡上の点と定点との距離

点Pが円 $x^2 + y^2 = 1$ 上を動くとき、点
 $A(3, 4)$ とPの距離の最大値と最小値を求めよ。

18

頂点が動くときの三角形の重心の軌跡

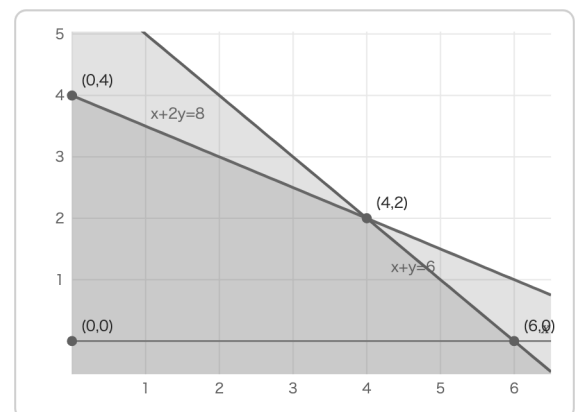
2点 $A(-3, 0)$ 、 $B(3, 0)$ を固定し、点Cが円
 $x^2 + y^2 = 9$ 上を動く (ただし3点A、B、Cが
一直線上に並ぶ場合を除く) と、三角形ABC
の重心Gの軌跡を求めよ。

軌跡の中心 (,)
半径

19

連立不等式が表す領域の面積

連立不等式 $x \geq 0$ 、 $y \geq 0$ 、 $x + y \leq 6$ 、 $x +$
 $2y \leq 8$ の表す領域を図示し、その面積を求め
よ。



薄緑が $x \geq 0$ 、 $y \geq 0$ 、 $x + y \leq 6$ 、 $x + 2y \leq 8$
の表す領域。4つの頂点 $(0,0)$ 、 $(6,0)$ 、 $(4,2)$ 、
 $(0,4)$ を結ぶ四角形になっている。

領域の面積

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。軌跡と領域を組み合わせた、入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

円の領域で $x+y$ の最大最小

実数 x, y が $(x-3)^2 + (y-4)^2 \leq 25$ を満たすとき、 $x+y$ の最大値と最小値を求めよ。

最大値 最小値

応2

2定点からの距離の比+軌跡上の最大距離

2定点 $A(-2, 0)$ 、 $B(4, 0)$ に対し、 $PA:PB = 1:2$ を満たす点Pの軌跡を求めよ。さらに、この軌跡上の点のうち、原点Oからの距離が最大となる点の座標と、そのときの距離を求めよ。

軌跡の中心 (,)

半径 最大となる点 (

,) 距離

応3

領域で2次式（距離の2乗）の最大最小

連立不等式 $x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 6$ の表す領域において、 $x^2 + y^2$ の最大値と最小値を求めよ。

最大値 最小値

応4

距離の2乗の差が一定の軌跡（直線になる）

2定点 $A(0, 0)$ 、 $B(8, 0)$ に対し、 $PA^2 - PB^2 = 32$ を満たす点Pの軌跡を求めよ。直線 $x =$ いくつになるか答えよ。

$x =$

応5

四角形の領域で1次式の最大最小

連立不等式 $x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 5, 2x+y \leq 8$ の表す領域において、 $3x+4y$ の最大値と最小値を求めよ。

最大値 最小値

DRILL

記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

2定点からの距離の比が $1:1$ のとき軌跡が直線になり、 $1:1$ でないときは円になるのはなぜか。式変形の過程に触れながら説明せよ。

記2

連立不等式 $x \geq 0$ 、 $y \geq 0$ 、 $2x + y \leq 10$ 、 $x + 3y \leq 15$ の表す領域において、 $x + y$ の
最大値・最小値を、頂点をすべて求める過程を
示しながら答えよ。
