

図形と方程式 まとめ

問題プリント（全27問）

氏名 _____

得点 _____ / 27点

DRILL

まとめテスト（標準）

基本（1～15）

1

2点間の距離

2点 $A(1, 5)$ 、 $B(4, 1)$ の距離を求めよ。

距離

計算スペース

2

内分点

2点 $A(2, 3)$ 、 $B(8, 15)$ を $1 : 2$ に内分する点 P の座標を求めよ。

P の座標 $x =$ $y =$

計算スペース

3

外分点

2点 $A(1, 1)$ 、 $B(4, 7)$ を $2 : 1$ に外分する点 Q の座標を求めよ。

Q の座標 $x =$ $y =$

計算スペース

4

三角形の重心

3点 $A(1, 5)$ 、 $B(4, -1)$ 、 $C(7, 2)$ を頂点とする三角形の重心 G の座標を求めよ。

G の座標 $x =$ $y =$

計算スペース

5

傾きと1点を通る直線

傾き -2 、点 $(3, 1)$ を通る直線の方程式を $y = ax + b$ の形で求めよ。

$a =$ $b =$

計算スペース

6

2点を通る直線

2点 $(1, 2)$ 、 $(4, 11)$ を通る直線の方程式を $y = ax + b$ の形で求めよ。

$$a = \boxed{} \quad b = \boxed{}$$

計算スペース

7

垂直な直線

直線 $y = -2x + 4$ に垂直で、点 $(4, 3)$ を通る直線の方程式を $y = ax + b$ の形で求めよ。

$$a = \boxed{} \quad b = \boxed{}$$

計算スペース

8

点と直線の距離

点 $(1, -2)$ と直線 $3x - 4y + 2 = 0$ の距離を求めよ。

距離

計算スペース

9

標準形の読み取り

円 $(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 49$ の中心の座標と半径を求めよ。

中心 $x =$ $y =$ 半径 $r =$

計算スペース

10

一般形→標準形

円 $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$ の中心の座標と半径を求めよ。

中心 $x =$ $y =$ 半径 $r =$

計算スペース

11

円と直線の位置関係

円 $x^2 + y^2 = 8$ と直線 $x - y - 4 = 0$ の共有点の個数を求めよ。

共有点の個数

計算スペース

12

円の接線

円 $x^2 + y^2 = 20$ 上の点 $(2, 4)$ における接線の方程式を $y = ax + b$ の形で求めよ。

$a =$ $b =$

計算スペース

13

軌跡：等距離

2定点 $A(2, 5)$ 、 $B(6, -1)$ から等距離にある点 P の軌跡を、直線 $y = ax + b$ の形で求めよ。

$a =$ $b =$

計算スペース

発展 (16~25)

16

対称点の逆算

点 $A(3, -2)$ を、点 B に関して対称移動した点が $C(9, 4)$ であるとき、点 B の座標を求めよ。

B の座標

$x =$

$y =$

計算スペース

17

直線束の利用 (交点を求めずに解く)

2直線 $l_1: x + y - 4 = 0$ 、 $l_2: x - y - 2 = 0$ の交点と、点 $(0, 0)$ を通る直線の方程式を $y = ax + b$ の形で求めよ。

$a =$

$b =$

計算スペース

18

円外の点から引いた2本の接線

点 $(0, 10)$ から円 $x^2 + y^2 = 25$ に引いた2本の接線の傾きを求めよ（コンマ区切りで両方入力）。

傾き

計算スペース

19

2円の位置関係

円 $x^2 + y^2 = 16$ （中心 $(0, 0)$ 、半径 4）と円 $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 1$ （中心 $(3, 4)$ 、半径 1）について、中心間の距離 d と、共通接線の本数を求めよ。

 $d =$

共通接線の本数

計算スペース

20

軌跡：距離の2乗の差が一定

2定点 $A(0, 0)$ 、 $B(10, 0)$ に対し、 $PA^2 - PB^2 = 40$ を満たす点 P の軌跡を求めよ。直線 $x =$ いくつになるか答えよ。

 $x =$

計算スペース

21

領域における1次式の最大値・最小値

連立不等式 $x \geq 0$ 、 $y \geq 0$ 、 $x + 3y \leq 12$ 、 $3x + y \leq 12$ の表す領域において、 $x + y$ の最大値と最小値を求めよ。

最大値

最小値

計算スペース

22

三角形の面積（点と直線の距離を利用）

三角形の頂点 $A(0, 0)$ 、 $B(6, 2)$ 、 $C(2, 8)$ について、辺ABを底辺としたときの高さ h （点Cと直線ABの距離）と、三角形の面積 S を求めよ。

$$h = \boxed{} \quad S = \boxed{}$$

計算スペース

23

円と直線が接する条件

直線 $y = 2x + k$ が円 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$ に接するとき、 k の値を求めよ（コンマ区切りで両方入力）。

$$k = \boxed{}$$

計算スペース

24

アポロニウスの円+最大距離

2定点 $A(0, 0)$ 、 $B(6, 0)$ に対し、 $PA : PB = 2 : 1$ を満たす点 P の軌跡を求めよ。さらに、この軌跡上の点のうち、点 $C(20, 0)$ からの距離が最大となる点の座標と、そのときの距離を求めよ。

軌跡の中心 (,) 半径 最大となる点 (,) 距離

計算スペース

25

総合：軌跡→円と直線の位置関係（章の総仕上げ）

2定点 $A(0, 0)$ 、 $B(0, 8)$ に対し、 $PA : PB = 1 : 3$ を満たす点 P の軌跡を求めよ。また、その軌跡と直線 $y = x + 2$ の共有点の個数を求めよ。

軌跡の中心 (,) 半径 共有点の個数

計算スペース

DRILL

記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1 点に座標を与えることで、内分点・重心・対称点のような「点の位置」の性質から、線分の垂直二等分線、円の方程式までもが、同じ「2点間の距離」という1つの考え方の上に統一的に扱えるようになる。2点 $A(1, 1)$ 、 $B(9, 7)$ を例にとり、(1)距離 AB 、(2)線分 AB の垂直二等分線の方程式、(3) A を中心とし B を通る円の方程式、の3つが、それぞれどのように「距離」という同じ考え方から導かれるかを説明せよ。

記2 2定点 $A(2, 3)$ 、 $B(8, 11)$ を結ぶ線分ABの垂直二等分線の方程式を求めよ。さらに、この直線が円 $(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 20$ から切り取る弦の長さを、中心・弦の midpoint・弦の端点でできる直角三角形に三平方の定理を使って求めよ。

EXAM

共通テスト形式チャレンジ

大問1 目標時間 8分／配点 20点

花子さんの住む町内会では、2つの避難所 $A(1, 4)$ 、 $B(5, 6)$ （座標の単位はkm）から等しい距離にある地点に、新しい掲示板を設置する計画を立てている。さらに、避難所Aを中心とした半径5kmの範囲には、災害時の警戒区域が設定されている。次の会話を読んで、あとの問いに答えよ。

花子「掲示板の位置Pは、AとBから等しい距離にある地点の集まり、つまり軌跡の上にあるようにしたいです。」

太郎「 $P(x, y)$ において、 $PA = PB$ の条件をそのまま式にしてみよう。」

(1) $PA^2 = PB^2$ の関係から、この軌跡の方程式を求めると

$$y = \boxed{\text{ア}}x + \boxed{\text{イウ}}$$

となる（ $\boxed{\text{ア}}$ は符号もつけて入力）。

ア イウ

(2) 太郎「この掲示板の位置は、Aを中心とする半径5kmの警戒区域の境界線（円）と交わるところに立てたら目立ちそうだね。」

(1)で求めた直線と、円 $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 25$ の共有点の個数を求めよ。

共有点の個数 個

(3) (2)の共有点の座標を、 x 座標が小さい方から順に求めよ。1つ目の点（ $\boxed{\text{オ}}$, $\boxed{\text{カ}}$ ）、2つ目の点（ $\boxed{\text{キ}}$, $\boxed{\text{ク}}$ ）。

オ カ キ ク

大問2 目標時間 8分／配点 20点

花子さんの学校の文化祭では、クッキーとマフィンの2種類のお菓子を作って販売する。クッキー1個には小麦粉1（単位）とバター2（単位）を、マフィン1個には小麦粉2（単位）とバター1（単位）を使う。用意できる材料は、小麦粉が10単位、バターが8単位までである。クッキーを x 個、マフィンを y 個作るとする（ $x \geq 0$ 、 $y \geq 0$ ）。次の会話を読んで、あとの問いに答えよ。

先生「材料の使用量から、 x 、 y が満たす連立不等式を作ってみよう。」

花子「小麦粉とバター、それぞれの合計使用量が上限を超えないようにすればいいですね。」

- (1) 材料の制約から、 x 、 y が満たすべき連立不等式は、 $x \geq 0$ 、 $y \geq 0$ に加えて

$$x + \boxed{\text{ア}}y \leq \boxed{\text{イウ}} \text{（小麦粉）}、\quad \boxed{\text{エ}}x + y \leq \boxed{\text{オ}} \text{（バター）}$$

である。

ア イウ エ オ

- (2) クッキー1個の利益は300円、マフィン1個の利益は400円である。利益の合計を S 円とするとき、この領域で S を最大にする x 、 y の値と、そのときの S の値を求めよ。

$$x = \boxed{} \quad y = \boxed{} \quad S = \boxed{}$$

(3)

先生「実は材料費の見直しで、クッキー1個の利益が300円から200円に変わりました。マフィンの利益400円は変わりません。」

この場合の利益 S' の最大値を求めよ。

S' の最大値