

2倍角・半角・三角関数の合成

問題プリント（全27問）

氏名 _____

得点 /27点

DRILL

練習問題（全18問）

基本（1～6）

1 2倍角の値

$\sin \theta = \frac{1}{2}$ 、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき、 $\sin 2\theta$ 、 $\cos 2\theta$ を求めよ。

$$\sin 2\theta = \boxed{} \quad \cos 2\theta = \boxed{}$$

2 2倍角の値・ $\cos \theta$ から出発

$\cos \theta = \frac{3}{5}$ 、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき、 $\sin 2\theta$ 、 $\cos 2\theta$ を求めよ。

$$\sin 2\theta = \boxed{} \quad \cos 2\theta = \boxed{}$$

3 2倍角の値・第2象限

$\sin \theta = \frac{1}{3}$ 、 $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ のとき、 $\sin 2\theta$ 、 $\cos 2\theta$ を求めよ。

$$\sin 2\theta = \boxed{} \quad \cos 2\theta = \boxed{}$$

4 $\tan \theta$ から2倍角

$\tan \theta = \frac{3}{4}$ 、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき、 $\sin 2\theta$ 、 $\cos 2\theta$ 、 $\tan 2\theta$ を求めよ。

$$\sin 2\theta = \boxed{} \quad \cos 2\theta = \boxed{}$$

$$\tan 2\theta = \boxed{}$$

5 半角の値（確認しやすい角）

$\cos \theta = \frac{1}{2}$ 、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき、 $\sin \frac{\theta}{2}$ 、 $\cos \frac{\theta}{2}$ を求めよ。

$$\sin \frac{\theta}{2} = \boxed{} \quad \cos \frac{\theta}{2} = \boxed{}$$

6 半角の値

$\cos \theta = \frac{7}{9}$ 、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき、 $\sin \frac{\theta}{2}$ 、 $\cos \frac{\theta}{2}$ を求めよ。

$$\sin \frac{\theta}{2} = \boxed{} \quad \cos \frac{\theta}{2} = \boxed{}$$

標準（7～14）

7 合成（基本形）

$\sin \theta + \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に変形せよ（ $0 \leq \alpha < 2\pi$ ）。

$$r = \boxed{} \quad \alpha = \boxed{}$$

8 合成

$\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に変形せよ（ $0 \leq \alpha < 2\pi$ ）。

$$r = \boxed{} \quad \alpha = \boxed{}$$

9 合成・bが負

$\cos \theta - \sin \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に変形せよ（ $0 \leq \alpha < 2\pi$ ）。

$$r = \boxed{} \quad \alpha = \boxed{}$$

10

合成・aが負

$\sqrt{3}\cos\theta - \sin\theta$ を $r\sin(\theta + \alpha)$ の形に変形せよ ($0 \leq \alpha < 2\pi$)。

$$r = \boxed{} \quad \alpha = \boxed{}$$

11

合成・aが負でbが正

$\cos\theta - \sqrt{3}\sin\theta$ を $r\sin(\theta + \alpha)$ の形に変形せよ ($0 \leq \alpha < 2\pi$)。

$$r = \boxed{} \quad \alpha = \boxed{}$$

12

合成・両方負

$-\sin\theta - \cos\theta$ を $r\sin(\theta + \alpha)$ の形に変形せよ ($0 \leq \alpha < 2\pi$)。

$$r = \boxed{} \quad \alpha = \boxed{}$$

13

最大最小 (範囲の制限なし)

$y = \sin\theta + \cos\theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) の最大値・最小値と、そのときの θ を求めよ。

最大値 $\boxed{}$ ($\theta = \boxed{}$)
) 最小値 $\boxed{}$ ($\theta = \boxed{}$)

14

最大最小 (範囲の制限なし)

$y = \sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) の最大値・最小値と、そのときの θ を求めよ。

最大値 $\boxed{}$ ($\theta = \boxed{}$)
) 最小値 $\boxed{}$ ($\theta = \boxed{}$)

挑戦 (15~18)

15

2倍角の逆算

$\cos 2\theta = \frac{7}{25}$ 、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき、 $\cos\theta$ 、 $\sin\theta$ を求めよ。

$$\cos\theta = \boxed{} \quad \sin\theta = \boxed{}$$

16

最大最小 (範囲の制限あり)

$y = \sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta$ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) の最大値・最小値と、そのときの θ を求めよ。

最大値 $\boxed{}$ ($\theta = \boxed{}$)
) 最小値 $\boxed{}$ ($\theta = \boxed{}$)

17

tan θ から2倍角tan

$\tan\theta = \frac{1}{2}$ のとき、 $\tan 2\theta$ を求めよ。

$$\tan 2\theta = \boxed{}$$

18

半角で $\pi/8$ の値 (記述のみ)

半角の公式を使って、 $\cos \frac{\pi}{8}$ の値を求めよ (

$$\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ を利用する)。$$

DRILL

応用問題 (プリント限定)

ここから先はPDF限定の腕試し。おきかえと2倍角の組み合わせで、入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

t=sin θ +cos θ のおきかえ

$y = 2\sin\theta\cos\theta + \sin\theta + \cos\theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) の最大値・最小値を求めよ。

$$\text{最大値 } \boxed{} \quad \text{最小値 } \boxed{}$$

応2

$t = \sin \theta - \cos \theta$ のおきかえ

$y = \sin 2\theta - 2(\sin \theta - \cos \theta)$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 最小値

応3

2倍角の方程式（次ページへの布石）

$\cos 2\theta = \sin \theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) を満たす θ をすべて求めよ。小さい順にコンマ区切りで入力せよ。

$\theta =$

応4

和の2乗から2倍角

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ で $\sin \theta + \cos \theta = \frac{7}{5}$ のとき、 $\sin 2\theta$ の値を求めよ。

$\sin 2\theta =$

応5

最大最小（範囲の制限あり・ r が4）

$y = 2\sin \theta + 2\sqrt{3}\cos \theta$ ($0 \leq \theta \leq \frac{2\pi}{3}$) の最大値・最小値と、そのときの θ を求めよ。

最大値 ($\theta =$)
最小値 ($\theta =$)

応6

3倍角の公式の導出 (sin)

$\sin 3\theta = \sin(2\theta + \theta)$ とみて加法定理と2倍角の公式を使い、 $\sin 3\theta$ を $\sin \theta$ だけの式で表せ（3倍角の公式の導出）。さらにそれを用いて、 $\sin \theta = \frac{1}{3}$ のときの $\sin 3\theta$ の値を求めよ。

$\sin 3\theta =$

応7

3倍角の公式の導出 (cos)

$\cos 3\theta = \cos(2\theta + \theta)$ とみて加法定理と2倍角の公式を使い、 $\cos 3\theta$ を $\cos \theta$ だけの式で表せ（3倍角の公式の導出）。さらにそれを用いて、 $\cos \theta = \frac{2}{3}$ のときの $\cos 3\theta$ の値を求めよ。

$\cos 3\theta =$

DRILL 記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

半角の公式で $\sin \frac{\theta}{2}$ 、 $\cos \frac{\theta}{2}$ の符号を決めるとき、2倍角の公式のときのように「 θ の範囲」ではなく「 $\frac{\theta}{2}$ の範囲」を確認しなければならないのはなぜか、説明せよ。

記2

$y = \sqrt{3}\sin \theta - \cos \theta$ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) の最大値・最小値と、そのときの θ を求めよ。