

三角関数のグラフ

解答（全23問）

氏名 _____

得点 _____ / 23点

DRILL

練習問題（全18問）

基本（1～7）

1

周期の公式

$y = \sin 4x$ の周期を求めよ。

周期 $\pi/2$

$y = \sin bx$ の周期は $\frac{2\pi}{|b|}$ 。 $b = 4$ なので周期は $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ 。

周期 $\frac{\pi}{2}$

2

周期の公式 (bが分数)

$y = \cos \frac{x}{3}$ の周期を求めよ。

周期 6π

$b = \frac{1}{3}$ なので、周期は $\frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \div \frac{1}{3} = 2\pi \times 3 = 6\pi$ 。

周期 6π

3

振幅

$y = 4 \cos x$ の振幅を求めよ。

振幅 4

振幅は $|a|$ 。 $a = 4$ なので振幅は 4。

振幅 4

4

最大値・最小値

$y = 3 \sin x$ の最大値・最小値を求めよ。

最大値 3 最小値 -3

$\sin x$ は -1 以上 1 以下の値をとるので、 $3 \sin x$ は -3 以上 3 以下の値をとる。

最大値 3、最小値 -3

5

tanの周期の公式

$y = \tan 3x$ の周期を求めよ。

周期 $\pi/3$

$y = \tan bx$ の周期は $\frac{\pi}{|b|}$ 。 $b = 3$ なので周期は $\frac{\pi}{3}$ 。

周期 $\frac{\pi}{3}$

6

振幅と周期

$y = -5 \cos x$ の振幅と周期を求めよ。

振幅 5 周期 2π

振幅は $|a| = |-5| = 5$ 。 $b = 1$ なので周期は $\frac{2\pi}{1} = 2\pi$ 。

振幅 5、周期 2π

7

最大値・最小値（上下移動あり）

$y = \cos x - 2$ の最大値・最小値を求めよ。

最大値 -1 最小値 -3

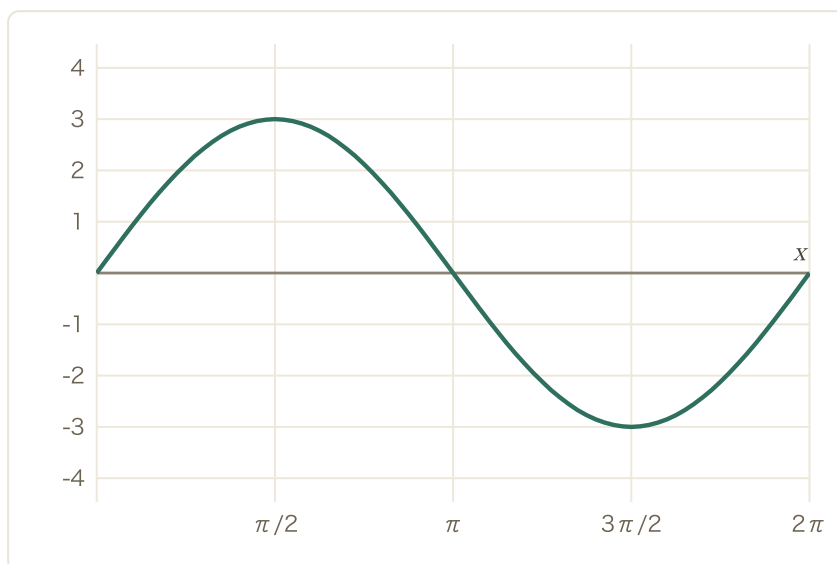
$\cos x$ は -1 以上 1 以下なので、 $\cos x - 2$ は $-1 - 2 = -3$ 以上 $1 - 2 = -1$ 以下。

最大値 -1 、最小値 -3

8

グラフ読み取り

次のグラフは $y = A \sin x$ ($A > 0$) のグラフである。 A の値を求めよ。



山の高さ（目盛線）を読み取ろう。

$$A = \underline{3}$$

グラフの山（最大値）の高さを目盛から読むと $y = 3$ 。 $y = A \sin x$ の最大値は A ($A > 0$ のとき) なので $A = 3$ 。

$$A = 3$$

9 $y = \sin \left(2x - \frac{\pi}{3} \right)$ の周期を求めよ。

周期 $\underline{\pi}$

周期は b だけで決まる (c は平行移動にしか関係しない)。 $2x - \frac{\pi}{3} = 2 \left(x - \frac{\pi}{6} \right)$ より $b = 2$ 。

$$\text{周期は } \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi。$$

周期 π

- 10 $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ のグラフは、 $y = \sin x$ のグラフをx軸方向にどれだけ平行移動したものか。

平行移動量 $\pi/4$

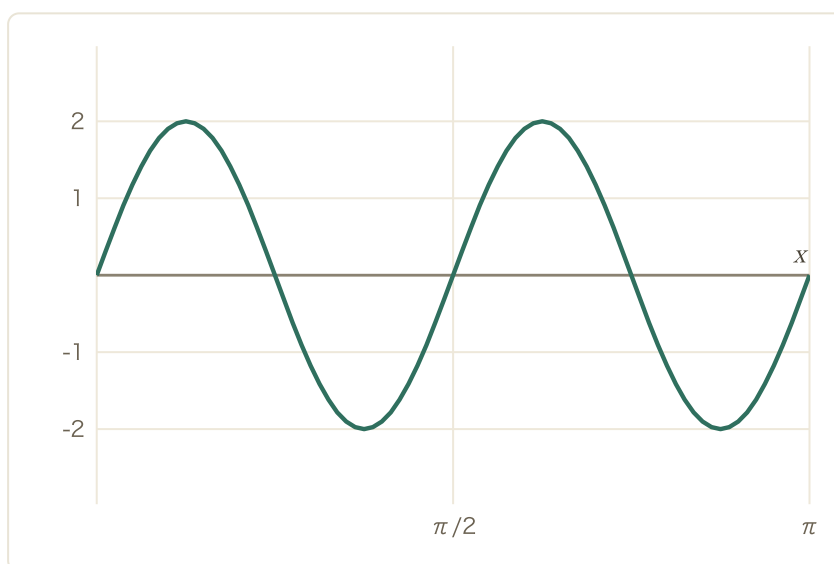
$y = \sin(x - c)$ の形なので、 $c = \frac{\pi}{4}$ だけ平行移動している（正の値なので右方向）。

$\frac{\pi}{4}$ (右へ)

11

グラフ読み取り

次のグラフは $y = A \sin(Bx)$ ($A > 0, B > 0$) のグラフである。 A, B の値をそれぞれ求めよ。



山の高さがA、 $x=0$ と $x=\pi/2$ で同じ形が繰り返している（周期が $\pi/2$ ）ことに注目。

$A =$ 2 $B =$ 4

山の高さ（振幅）を読むと $A = 2$ 。

グラフは $x = 0$ と $x = \frac{\pi}{2}$ でちょうど同じ形が1回繰り返しているの、周期は $\frac{\pi}{2}$ 。

$\frac{2\pi}{|B|} = \frac{\pi}{2}$ を解くと $B = 4$ 。

$A = 2, B = 4$

12 $y = 3 \cos 2x + 1$ の最大値・最小値を求めよ。

最大値 4 最小値 -2

$\cos 2x$ は -1 以上 1 以下。よって $3 \cos 2x$ は -3 以上 3 以下、 $3 \cos 2x + 1$ は $-3 + 1 = -2$ 以上 $3 + 1 = 4$ 以下。

最大値 4、最小値 -2

13 $y = 2 \tan \frac{x}{2}$ の周期を求めよ。

周期 2π

$\tan$ の前についている係数2は周期に関係しない（振幅のような役割が $\tan$ にはないため）。 $b = \frac{1}{2}$ なので周期は $\frac{\pi}{|b|} = \pi \div \frac{1}{2} = 2\pi$ 。

周期 2π

14 $y = \cos 2x$ について、 $x = \frac{\pi}{6}$ のときの y の値を求めよ。

$y =$ $\frac{1}{2}$

$x = \frac{\pi}{6}$ を代入すると $y = \cos \left(2 \times \frac{\pi}{6} \right) = \cos \frac{\pi}{3}$ 。
単位円より $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ 。

$y = \frac{1}{2}$

15

平行移動の符号に注意

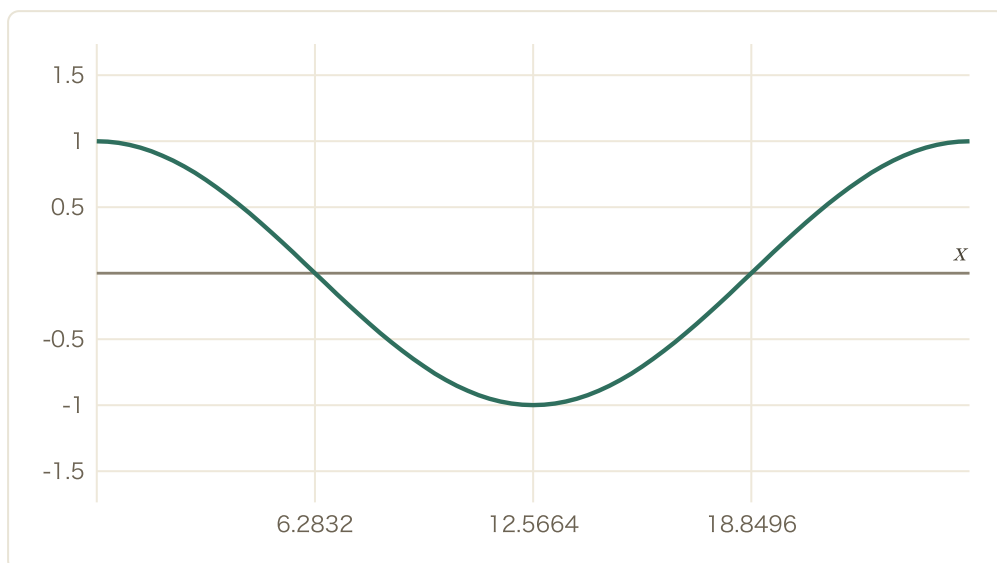
$y = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ のグラフは、 $y = \cos x$ のグラフをx軸方向にどれだけ平行移動したものか。左方向への移動は負の値で答えよ。

平行移動量 $-\pi/6$

$y = \cos(x - c)$ の形に合わせると、 $x + \frac{\pi}{6} = x - \left(-\frac{\pi}{6}\right)$ なので $c = -\frac{\pi}{6}$ 。
 c が負なので、左方向に $\frac{\pi}{6}$ だけ平行移動したグラフ。

$-\frac{\pi}{6}$ (左に $\frac{\pi}{6}$)

次のグラフは $y = \cos(Bx)$ ($B > 0$) のグラフである。グラフから周期を読み取り、 B の値を求めよ。



$x=0$ で山（最大値1）から始まり、次に同じ山になるのは $x=8\pi$ のとき。

周期 8π $B =$ $\frac{1}{4}$

グラフより、 $x = 0$ の山から次の山 ($x = 8\pi$) までが1周期なので、周期は 8π 。

$\frac{2\pi}{|B|} = 8\pi$ を解くと $|B| = \frac{2\pi}{8\pi} = \frac{1}{4}$ 。 $B > 0$ なので $B = \frac{1}{4}$ 。

周期 8π 、 $B = \frac{1}{4}$

$y = -3 \sin 2x + 2$ の周期・最大値・最小値をそれぞれ求めよ。

周期 π 最大値 5 最小値 -1

周期： $b = 2$ なので $\frac{2\pi}{2} = \pi$ 。

最大最小： $\sin 2x$ は -1 以上 1 以下なので、 $-3 \sin 2x$ は -3 以上 3 以下（マイナスがつくと大小が逆転することに注意）。

よって $-3 \sin 2x + 2$ は $-3 + 2 = -1$ 以上 $3 + 2 = 5$ 以下。

周期 π 、最大値 5、最小値 -1

$y = \sin \left(2x - \frac{\pi}{3} \right)$ のグラフは、 $y = \sin 2x$ のグラフをx軸方向にどれだけ平行移動したものか。

平行移動量 $\pi/6$

$2x - \frac{\pi}{3}$ をそのまま見て $\frac{\pi}{3}$ と答えるのは誤り。まずbをカッコの外にくくり出す。

$$2x - \frac{\pi}{3} = 2 \left(x - \frac{\pi}{6} \right)$$

よって $y = \sin \left(2 \left(x - \frac{\pi}{6} \right) \right)$ となり、 $y = \sin 2x$ をx軸方向に $\frac{\pi}{6}$ だけ平行移動したグラフ。

$\frac{\pi}{6}$ (右へ)

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

振幅・周期・平行移動の複合

$y = 2 \cos \left(3x + \frac{\pi}{2} \right)$ の振幅・周期・($y = 2 \cos 3x$ のグラフからの) x 軸方向の平行移動量をそれぞれ求めよ。左方向への移動は負の値で答えよ。

振幅 2 周期 $2\pi/3$ 平行移動量 $-\pi/6$

振幅は $|a| = 2$ 。

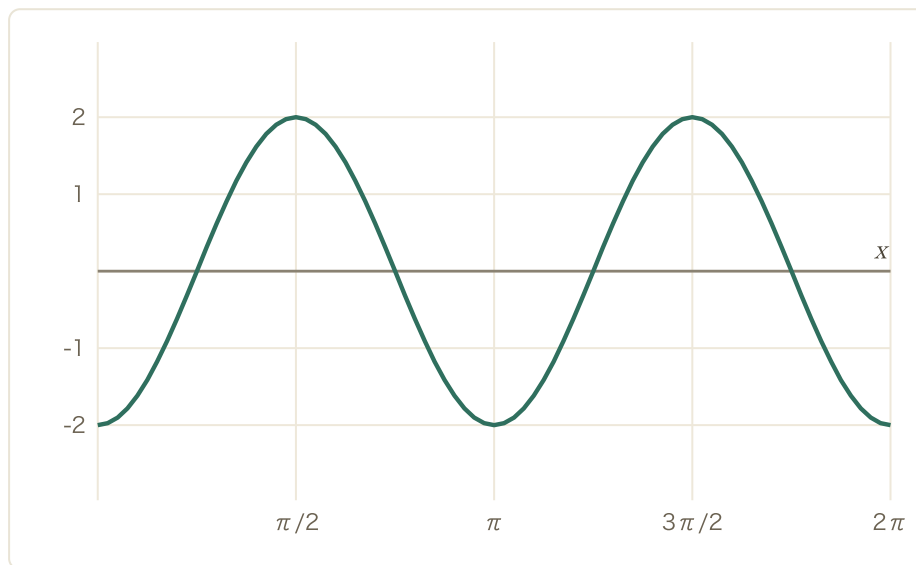
周期は $b = 3$ より $\frac{2\pi}{3}$ 。

平行移動量は、まず b をかっこの外にくくり出す： $3x + \frac{\pi}{2} = 3 \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = 3 \left(x - \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right)$ 。

よって $c = -\frac{\pi}{6}$ 、つまり $y = 2 \cos 3x$ を左に $\frac{\pi}{6}$ だけ平行移動したグラフ。

振幅 2、周期 $\frac{2\pi}{3}$ 、平行移動量 $-\frac{\pi}{6}$ (左に $\frac{\pi}{6}$)

次のグラフは $y = A \sin(B(x - C))$ ($A > 0, B > 0$) のグラフの一部であり、 $0 \leq C < \frac{\pi}{2}$ とする。さらに、このグラフが $y = \sin x$ のグラフをx軸方向に B 倍に詰めてから $\frac{\pi}{4}$ だけ平行移動した形であることが分かっている。 A, B, C の値をそれぞれ求めよ。



山の高さ（振幅）と、 $x = \pi/2$ から $x = 3\pi/2$ まで（山から次の山まで）の幅（周期）に注目しよう。

$$A = \underline{2} \quad B = \underline{2} \quad C = \underline{\pi/4}$$

グラフの山の高さ（振幅）を読むと $A = 2$ 。

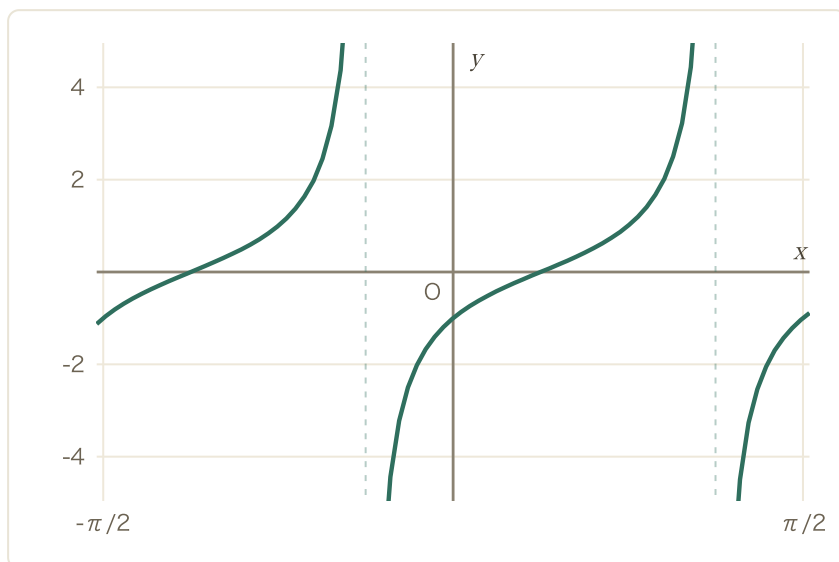
グラフは $x = \frac{\pi}{2}$ と $x = \frac{3\pi}{2}$ でちょうど同じ形（山）が1回繰り返っているので、周期は $\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = \pi$ 。

$$\frac{2\pi}{B} = \pi \text{ より } B = 2。$$

条件より、 $y = \sin x$ をx軸方向に2倍に詰めてから $\frac{\pi}{4}$ だけ平行移動した形なので、まず詰めて $y = \sin 2x$ 、次に右に $\frac{\pi}{4}$ 平行移動して $y = \sin \left(2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \right)$ となる。よって $C = \frac{\pi}{4}$ 。

$$A = 2, B = 2, C = \frac{\pi}{4}$$

$y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ の漸近線を、 $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ の範囲ですべて求めよ（コンマ区切りで入力）。



漸近線 $x =$ $-\pi/8, 3\pi/8$

$\tan \theta$ は $\theta = \frac{\pi}{2} + n\pi$ (n は整数) で定義されない。

$2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + n\pi$ を解く：

$$2x = \frac{3\pi}{4} + n\pi, x = \frac{3\pi}{8} + \frac{n\pi}{2}$$

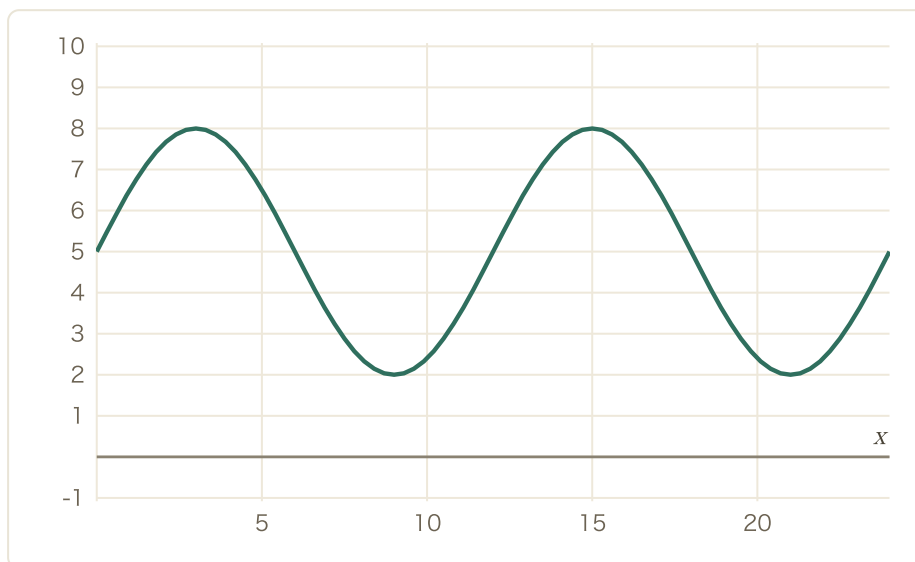
$n = 0$ のとき $x = \frac{3\pi}{8}$ (≈ 1.18 、範囲内)

$n = -1$ のとき $x = \frac{3\pi}{8} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{8}$ (≈ -0.39 、範囲内)

$n = 1$ のとき $x = \frac{7\pi}{8}$ (範囲外)、 $n = -2$ のとき $x = -\frac{5\pi}{8}$ (範囲外)

$$x = -\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}$$

ある観測地点の水位 y (m) が、時刻 x (時間、 $x \geq 0$) に対して $y = 3 \sin \frac{\pi}{6}x + 5$ で近似できるとする。水位の周期・最大値・最小値をそれぞれ求めよ。また、最初に水位が最大になるのは x が何時間後か求めよ。



横軸 x =時刻 (時間)、縦軸 y =水位 (m)。

周期 12 時間 最大値 8 m 最小値 2 m

最初に最大になる時刻 $x =$ 3

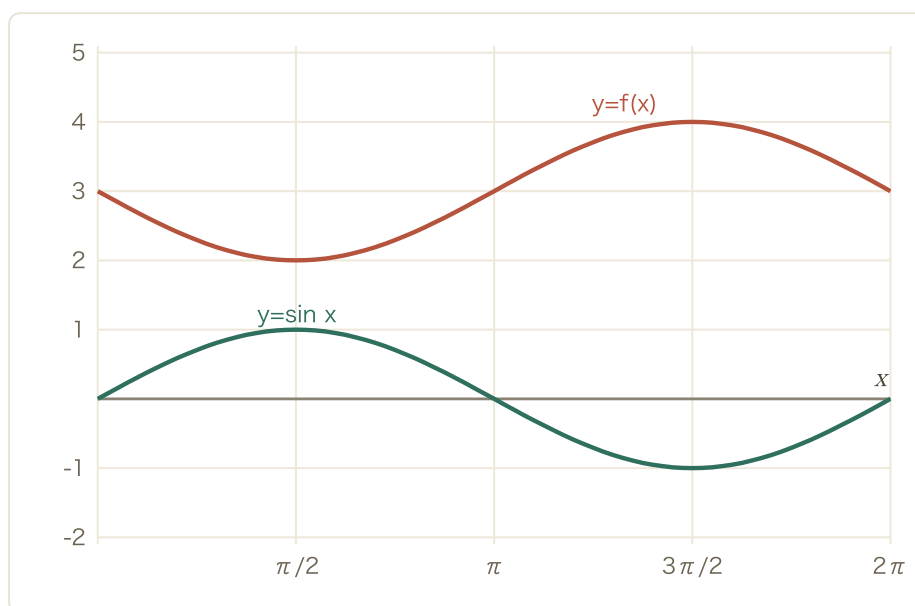
周期： $b = \frac{\pi}{6}$ なので $\frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \div \frac{\pi}{6} = 12$ (時間)。

最大最小： $\sin \frac{\pi}{6}x$ は -1 以上 1 以下なので、 $3 \sin \frac{\pi}{6}x$ は -3 以上 3 以下、
 $3 \sin \frac{\pi}{6}x + 5$ は $-3 + 5 = 2$ 以上 $3 + 5 = 8$ 以下。

最初に最大になるのは $\sin \frac{\pi}{6}x = 1$ となる最初の x 。これは $\frac{\pi}{6}x = \frac{\pi}{2}$ のときなので、
 $x = \frac{\pi}{2} \div \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \times \frac{6}{\pi} = 3$ 。

周期 12時間、最大値 8m、最小値 2m、最初に最大になるのは $x = 3$ (時間後)

$y = \sin x$ のグラフを x 軸方向に π 、 y 軸方向に 3 だけそれぞれ平行移動して得られるグラフを $y = f(x)$ とする。 $f(x)$ の最大値・最小値をそれぞれ求めよ。



最大値 4 最小値 2

$$f(x) = \sin(x - \pi) + 3.$$

x 軸方向の平行移動は「グラフの形をそのまま横にずらすだけ」なので、 y がとりうる値の範囲そのものは変えない。 $\sin(x - \pi)$ も $\sin x$ と同じく -1 以上 1 以下の値をとる。

そこに y 軸方向の平行移動 ($+3$) が加わるので、 $f(x)$ は $-1 + 3 = 2$ 以上 $1 + 3 = 4$ 以下。

最大値 4、最小値 2