

指数関数・対数関数 まとめ

問題プリント（全27問）

氏名 _____

得点 /27点

DRILL

まとめテスト（標準）

基本（1～15）

1 負の整数乗

4^{-2} の値を求めよ。

答え

2 累乗根（奇数・負の数）

$\sqrt[3]{-125}$ の値を求めよ。

答え

3 有理数指数（m/n形）

$25^{\frac{3}{2}}$ の値を求めよ。

答え

4 指数法則（掛け算→指数の足し算）

$3^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{3}{2}}$ の値を求めよ。

答え

5 指数方程式

$2^x = 32$ を解け。

$x =$

6 指数不等式・底が1より大

$3^x > 27$ の解は $x > \square$ の形になる。 $\square$ に入る数を答えよ。

$\square =$

7 大小比較（底が同じ、 $a>1$ ）

次のうち大きいのはどちらか。記号で答えよ。

ア： 3^{-1} イ： 3^2

大きいほう

8 対数の定義

$\log_3 81$ の値を求めよ。

値

9 対数の性質（積）

$\log_2 3 + \log_2 \frac{16}{3}$ の値を求めよ。

値

10 対数の性質（商）

$\log_5 200 - \log_5 8$ の値を求めよ。

値

11 対数の性質（累乗+商）

$2 \log_3 6 - \log_3 4$ の値を求めよ。

値

12 底の変換公式

$\log_8 16$ の値を求めよ。

値

13

対数方程式（基本）

 $\log_4(x+1) = 2$ を解け。 $x =$

14

対数不等式・真数条件に注意

 $\log_2(x-3) < 4$ を解け。解の範囲： $< x <$

15

桁数

 2^{15} の桁数を求めよ。 桁

発展（16～25）

16

おきかえ・2つの解

 $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$ を解け。解が2つあるときはコンマ区切りで入力せよ。 $x =$

17

おきかえ・不等式の範囲

 $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 < 0$ を解け。解は $\square_1 < x < \square_2$ の形になる。 $\square_1 =$ $\square_2 =$

18

対数方程式・真数条件で解を絞る

 $\log_2 x + \log_2(x-3) = 2$ を解け。 $x =$

19

対数不等式・底が $0 < a < 1$ $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) \geq -2$ を解け。解の範囲： $< x \leq$

20

底の変換公式+累乗の性質の組み合わせ

 $\log_9 27 \times \log_3 81$ の値を求めよ。値

21

桁数・複数の底の合成

 $2^{20} \times 5^{15}$ の桁数を求めよ。 桁

22

小数首位

 0.2^8 は小数第何位に初めて0でない数字が現れるか求めよ。小数第 位

23

対数の置き換え型・最大最小（軸が区間の内側）

 $1 \leq x \leq 27$ のとき、関数 $y = (\log_3 x)^2 - 4\log_3 x + 2$ の最大値・最小値を求めよ。またそれぞれのときの x の値も求めよ。最大値 ($x =$)) 最小値 ($x =$)

24

桁数・指数と対数の複合（底の分解）

 18^{10} の桁数を求めよ。 $(18 = 2 \times 3^2)$ と考える) 桁

25

章の総仕上げ：指数と対数の関係そのものを使う

 $3^a = 5$ 、 $5^b = 3$ のとき、 ab の値を求めよ。（ a 、 b を対数を用いて表してから考えよ） $ab =$

DRILL

記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1 指数関数 $y = a^x$ と対数関数 $y = \log_a x$ が「互いに逆関数」の関係にあることを、具体的な点の対応とグラフの対称性の観点から説明せよ。

記2 指数の意味を0・負の数・分数へと広げてから対数を定義するまでの流れを、 $a^p = M \iff p = \log_a M$ という関係を軸にして、この章全体の流れとしてまとめよ。

E X A M
共通テスト形式チャレンジ

大問1 目標時間 8分/配点 20点

あるボールを高さ256cmから落とすと、跳ね返るたびに直前の高さの $\frac{3}{4}$ 倍の高さまで跳ね返るという。 n 回目に跳ね返った直後の高さを h_n cmとする。次の会話を読んで、あとの問いに答えよ。

先生「1回目に跳ね返る高さ h_1 は、最初の高さ256cmに $\frac{3}{4}$ を掛ければ求まるね。」

太郎「はい。 $h_1 = 256 \times \frac{3}{4} = 192$ ですね。2回目はさらに $\frac{3}{4}$ 倍だから $h_2 = 192 \times \frac{3}{4} = 144$ になります。」

先生「そう。ということは、 h_n を n を使った式でまとめて表せそうだね。」

(1) h_n を n の式で表すと、 $h_n = \boxed{\text{アイウ}} \times \left(\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \right)^n$ となる。アイウ、エ、オの値をそれぞれ求めよ。

アイウ エ オ

(2) 先生「 h_n が初めて100cmを下回るのが何回目かを知りたいときは、不等式 $256 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n < 100$ を解けばいい。でも $\left(\frac{3}{4}\right)^n$ のままでは指数を求めにくいから、常用対数を使って指数を前に出そう。」

$\log_{10} \frac{3}{4} = \log_{10} 3 - \log_{10} 4$ に、 $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 4 = 0.6021$ を代入すると、 $\log_{10} \frac{3}{4} = -0.\boxed{\text{カキクケ}}$ となる ($\log_{10} 4$ は $2\log_{10} 2$ に置き換えず、ここで与えた0.6021をそのまま使うこと)。カキクケに入る数を求めよ。

カキクケ

(3) (2)の結果と $\log_{10} \frac{100}{256} = 2 - 8\log_{10} 2 = 2 - 8 \times 0.3010 = -0.408$ を用いると、不等式 $256 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n < 100$ は $n \log_{10} \frac{3}{4} < \log_{10} \frac{100}{256}$ 、すなわち $-0.1250n < -0.408$ と書き換えられる。これを解くと、 h_n が初めて100cmを下回るのは $\boxed{\text{コ}}$ 回目の跳ね返りである。整数で答えよ。

コ

大問2 目標時間 8分/配点 20点

太郎さんは、あるSNSアカウントのフォロワー数を毎週記録している。今週のフォロワー数は500人で、毎週1.2倍ずつ増えているという。 x 週間後のフォロワー数を y 人すると、 $y = 500 \times 1.2^x$ と表せる。太郎さんは「フォロワー数が2000人を超えるのは何週間後だろう」と考えている。次の会話を読んで、あとの問いに答えよ。

先生「 1.2^x のままでは指数方程式として簡単には解けないね。こういうときは、両辺の常用対数をとって、指数を前に出す対数の性質を使うといいよ。」

- (1) $500 \times 1.2^x > 2000$ を変形すると、 $1.2^x > \boxed{\text{ア}}$ となる。さらに両辺の常用対数をとると、 $x \log_{10} 1.2 > \log_{10} \boxed{\text{ア}}$ 、すなわち $x > \frac{\log_{10} \boxed{\text{ア}}}{\log_{10} 1.2}$ ($\log_{10} 1.2 > 0$ なので不等号の向きはそのまま)となる。アに入る数を求めよ。

ア

- (2) $\log_{10} 1.2 = \log_{10} \frac{6}{5} = \log_{10} 6 - \log_{10} 5 = 0.\boxed{\text{イウエオ}}$ である。 $\log_{10} 6 = 0.7781$, $\log_{10} 5 = 0.6990$ を用いて、イウエオに入る数を求めよ。

イウエオ

- (3) (1)より $x > \frac{\log_{10} 4}{\log_{10} 1.2}$ である。 $\log_{10} 4 = 0.6021$ と(2)で求めた値を用いると、フォロワー数が2000人を超えるのは $\boxed{\text{カ}}$ 週間後である。整数で答えよ。

カ