

高次方程式

問題プリント（全26問）

氏名 _____

得点 _____ / 26点

DRILL

練習問題（全17問）

基本（1～6）

1 モニック・全て整数解

$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ を解け。

解 $x =$

2 モニック・全て整数解

$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$ を解け。

解 $x =$

3 負の解を含む

$x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$ を解け。

解 $x =$

4 候補を複数試す

$x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$ を解け。

解 $x =$

5 x^2 の項がない

$x^3 - 7x + 6 = 0$ を解け。

解 $x =$

6 最高次の係数が1でない

$2x^3 - x^2 - 5x - 2 = 0$ を解け。

解 $x =$

標準（7～15）

7 実数解1個+虚数解2個

$x^3 + 1 = 0$ を解け。

実数解 $x =$

（虚数解は解説で確認）

8 実数解1個+虚数解2個

$x^3 - x^2 + x - 1 = 0$ を解け。

実数解 $x =$

（虚数解は解説で確認）

9 実数解1個+虚数解2個

$x^3 + 2x^2 + x + 2 = 0$ を解け。

実数解 $x =$

（虚数解は解説で確認）

10 4次方程式・置き換え型

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ を解け。（ $y = x^2$ と置き換えるとよい）

解 $x =$

11 4次方程式・実数解と虚数解が混在

$x^4 - 1 = 0$ を解け。

実数解 $x =$

（虚数解は解説で確認）

12

最高次の係数が1でない・虚数解あり

 $3x^3 - 2x^2 + 3x - 2 = 0$ を解け。実数解 $x =$

(虚数解は解説で確認)

13

3次方程式の解と係数の関係 (解を求めずに計算)

3次方程式 $x^3 - 2x^2 + 3x - 4 = 0$ の3つの解を α, β, γ とする。解を求めずに、解と係数の関係を用いて $\alpha + \beta + \gamma$ と $\alpha\beta\gamma$ の値を求めよ。

 $\alpha + \beta + \gamma =$ $\alpha\beta\gamma =$

14

置き換えによる高次方程式 (共通部分を t とおく) $(x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12 = 0$ を解け。実数解 $x =$

(小さい順にコンマ区切りで入力)

15

 $x^3 = -a$ 型の3次方程式の解 $x^3 + 8 = 0$ を解け。

挑戦 (16~19)

16

4次方程式・因数定理を2回使う

 $x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12 = 0$ を解け。解 $x =$

17

実数解1個+虚数解2個・最高次の係数チェック

 $x^3 - 4x^2 + 6x - 4 = 0$ を解け。実数解 $x =$

(虚数解は解説で確認)

18

 ω の性質の利用

ω を $x^3 = 1$ の虚数解の1つとすると、 $\omega^{10} + \omega^5 + 1$ の値を求めよ。

値

19

4次方程式・因数定理2回+虚数解

 $x^4 - 3x^3 + 3x^2 + 3x - 4 = 0$ を解け。実数解 $x =$

(虚数解は解説で確認)

DRILL

応用問題 (プリント限定)

ここから先はPDF限定の腕試し。 ω の計算と、複素数の解から係数を決定する問題に挑戦しよう。

応1

 ω の計算・指数を3で割る

ω を $x^3 = 1$ の虚数解の1つとすると、 $\omega^{2024} + \omega^{1012} + 1$ の値を求めよ。

値

応2

 ω の計算・式を展開してから性質を使う

ω を $x^3 = 1$ の虚数解の1つとすると、 $(1 + \omega)(1 + \omega^2)$ の値を求めよ。

値

応3

複素数の解から係数決定 (モニク)

$x^3 + ax^2 + bx + 4 = 0$ (a, b は実数の定数) の解の1つが $1 + i$ であるとき、 a, b の値と、他の実数解を求めよ。

 $a =$ $b =$

実数解

 $x =$

応4

複数の解から係数決定 (解と係数の関係)

$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c は実数の定数) の解の1つが $2 - i$ であり、他の解の1つが 3 であるとき、 a, b, c の値を求めよ。

 $a =$ $b =$ $c =$

応5

複素数の解から係数決定（最高次の係数が1でない）

$2x^3 + ax^2 + bx + 10 = 0$ (a, b は実数の定数) の解の1つが $1 + 2i$ であるとき、 a, b の値と、他の実数解を求めよ。

$a =$ $b =$ 実数解

$x =$

DRILL

記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

実数係数の高次方程式で、虚数解が必ず共役な複素数のペアで現れるのはなぜか、方程式全体の共役をとるという考え方を使って説明せよ。

記2

$x^3 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$ を解け。解の中に虚数解が含まれる場合は、共役な解の組になっていることも確認せよ。
