

# 剰余の定理・因数定理

問題プリント（全25問）

氏名 \_\_\_\_\_

得点 \_\_\_\_\_ / 25点

## DRILL

### 練習問題（全18問）

#### 基本（1～7）

##### 1 剰余の定理・基本

$P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 5$  を  $x - 2$  で割った余りを求めよ。

余り

##### 2 $x+a$ で割る

$P(x) = x^3 + 3x^2 - x + 2$  を  $x + 1$  で割った余りを求めよ。

余り

##### 3 剰余の定理・基本

$P(x) = 2x^3 - x^2 + 4x - 3$  を  $x - 1$  で割った余りを求めよ。

余り

##### 4 4次式でも同じ

$P(x) = x^4 - 3x^3 + 2x - 1$  を  $x - 1$  で割った余りを求めよ。

余り

##### 5 割り切れる場合

$P(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$  を  $x - 2$  で割った余りを求めよ。

余り

##### 6 係数が1でない1次式

$P(x) = x^3 + 2x^2 - x + 4$  を  $2x - 1$  で割った余りを求めよ。

余り

##### 7 因数定理の逆算・係数決定

$P(x) = x^3 + kx^2 - 5x + 6$  が  $x - 1$  で割り切れるとき、定数  $k$  の値を求めよ。

$k =$

#### 標準（8～14）

##### 8 因数定理→組立除法で因数分解

$P(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$  は  $x = 1$  が  $P(x) = 0$  の解である。これを因数分解すると  $(x - 1)(x - a)(x - b)$  ( $a < b$ ) の形になる。 $a, b$  の値を求めよ。

$a =$    $b =$

##### 9 組立除法で商と余り

$P(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 7$  を組立除法で  $x - 2$  で割り、商を  $x^2 + px + q$ 、余りを  $r$  とするとき、 $p, q, r$  の値を求めよ。

$p =$    $q =$    $r =$

10

2次式で割った余り

整式  $P(x)$  を  $x - 1$  で割ると余りが 4、 $x + 1$  で割ると余りが  $-2$  となる。 $P(x)$  を  $(x - 1)(x + 1)$  で割った余り  $ax + b$  の  $a, b$  を求めよ。

$$a = \boxed{\phantom{000}} \quad b = \boxed{\phantom{000}}$$

11

2次式で割った余り

整式  $P(x)$  を  $x - 2$  で割ると余りが 5、 $x - 3$  で割ると余りが 9 となる。 $P(x)$  を  $(x - 2)(x - 3)$  で割った余り  $ax + b$  の  $a, b$  を求めよ。

$$a = \boxed{\phantom{000}} \quad b = \boxed{\phantom{000}}$$

12

組立除法を2回使う

$P(x) = x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6$  は  $x = 1$  と  $x = -1$  がともに  $P(x) = 0$  の解である。 $P(x)$  を  $(x - 1)(x + 1)$  で割った商を  $x^2 + px + q$  とするとき、 $p, q$  を求めよ。

$$p = \boxed{\phantom{000}} \quad q = \boxed{\phantom{000}}$$

13

組立除法+因数分解

方程式  $x^3 - 13x + 12 = 0$  を因数定理と組立除法で解いたとき、最も大きい解を求めよ。

$$\text{最大の解} \quad \boxed{\phantom{000}}$$

14

係数決定→他の解

$P(x) = x^3 - 2x^2 + bx + 6$  が  $x - 3$  で割り切れるとき、定数  $b$  の値を求めよ。また、そのときの方程式  $P(x) = 0$  の他の解をすべて求めよ（コンマ区切りで入力）。

$$b = \boxed{\phantom{000}} \quad \text{他の解} \quad \boxed{\phantom{000}}$$

## 挑戦 (15~18)

15

2次式の余り→1次式の余り

整式  $P(x)$  を  $x^2 - 1$  で割ると余りが  $3x + 2$  である。このとき  $P(x)$  を  $x - 1$  で割った余りと、 $x + 1$  で割った余りをそれぞれ求めよ。

$$x - 1 \text{ で割った余り } \boxed{\phantom{000}} \quad x + 1 \text{ で割った余り } \boxed{\phantom{000}}$$

16

2条件から係数決定 (4次式)

$P(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 + ax + b$  が  $x - 1$  と  $x + 2$  の両方で割り切れるとき、定数  $a, b$  の値を求めよ。

$$a = \boxed{\phantom{000}} \quad b = \boxed{\phantom{000}}$$

17

2つの余り条件から係数決定

$P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 6$  を  $x - 1$  で割ると余りが  $-2$ 、 $x - 2$  で割ると余りが  $0$  となる。定数  $a, b$  の値を求めよ。

$$a = \boxed{\phantom{000}} \quad b = \boxed{\phantom{000}}$$

18

余りの関係から総合的に求める

整式  $P(x)$  を  $x^2 + x - 2$  で割ると余りが  $4x + 1$  である。 $P(x)$  を  $x - 1$  で割った余りと  $x + 2$  で割った余りの和を求めよ。

$$\text{和} \quad \boxed{\phantom{000}}$$

DRILL

## 応用問題 (プリント限定)

ここから先はPDF限定の腕試し。入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

( $x-1$ )<sup>2</sup>で割った余り・二項定理の利用

$P(x) = x^{10}$  を  $(x-1)^2$  で割った余りを  $ax+b$  とするとき、 $a$ 、 $b$  の値を求めよ。 $(t = x-1$  と置き換えて  $(t+1)^{10}$  を二項定理で展開し、 $t^2$  以上の項を無視すればよい)

$a =$    $b =$

応2

2条件から2次式で割った余り

整式  $P(x)$  を  $x-1$  で割ると余りが3、 $x-2$  で割ると余りが5であるとき、 $P(x)$  を  $(x-1)(x-2)$  で割った余り  $ax+b$  の  $a$ 、 $b$  を求めよ。

$a =$    $b =$

応3

組立除法を2回・4次式を完全に因数分解

方程式  $x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6 = 0$  を、因数定理と組立除法を使ってすべて解け。解を小さい順にコンマ区切りで入力せよ。

解 (小さい順)

応4

3次式で割った余り (発展)

整式  $P(x)$  を  $(x-2)^2$  で割ると余りが  $5x-3$ 、 $x+1$  で割ると余りが10である。 $P(x)$  を  $(x-2)^2(x+1)$  で割った余りを  $ax^2+bx+c$  とするとき、 $a$ 、 $b$ 、 $c$  の値を求めよ。

$a =$    $b =$    $c =$

応5

三次方程式の解の積

三次方程式  $x^3 - 7x + 6 = 0$  の解のうち、最大の解と最小の解の積を求めよ。(因数定理と組立除法を使うこと)

積

## DRILL 記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

剰余の定理「整式  $P(x)$  を  $x-a$  で割った余りは  $P(a)$  である」が成り立つ理由を、割り算の関係式  $P(x) = (x-a)Q(x) + R$  を使って説明せよ。あわせて、なぜ余り  $R$  がただの定数でなければならないのかにも触れること。

|  |
|--|
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

記2

整式  $P(x) = x^3 - 4x^2 - 7x + 10$  を1次式の積に因数分解せよ。因数定理で解の候補を絞り込み、組立除法で商を求める過程をすべて書くこと。

|  |
|--|
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |