

複素数と方程式 まとめ

問題プリント（全27問）

氏名 _____

得点 /27点

DRILL

まとめテスト（標準）

基本（1～15）

1 複素数の減法

$(4 - 3i) - (1 - 5i)$ を計算し、 $a + bi$ の形で表せ。

$a+bi$ の形で $a=$ $b=$

2 複素数の乗法

$(3 + i)(2 - 3i)$ を計算し、 $a + bi$ の形で表せ。

$a+bi$ の形で $a=$ $b=$

3 複素数の除法

$\frac{5 + i}{2 - i}$ を計算し、 $a + bi$ の形で表せ。

$a+bi$ の形で $a=$ $b=$

4 i の累乗

i^{34} を $a + bi$ の形で表せ。

$a+bi$ の形で $a=$ $b=$

5 根号の中が両方負の畀

$\sqrt{-7} \times \sqrt{-28}$ を計算せよ。

値

6 複素数の相等

実数 x, y が $(3x - 2) + (y + 4)i = 7 - i$ を満たすとき、 x, y の値を求めよ。

$x=$ $y=$

7 判別式と虚数解

$x^2 - 6x + 13 = 0$ を解け。（コンマ区切りで入力）

$x=$

8 解と係数の関係（基本）

$2x^2 + 3x - 4 = 0$ の2つの解を α, β とするとき、 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ を求めよ。

$\alpha + \beta =$ $\alpha\beta =$

9 対称式（2乗の和）

$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -5$ のとき、 $\alpha^2 + \beta^2$ の値を求めよ。

$\alpha^2 + \beta^2 =$

10 和と積から方程式を作る

和が -3 、積が -10 である2数を解とする2次方程式を、 $x^2 + ax + b = 0$ の形で求めよ。

$a=$ $b=$

11

剰余の定理

$P(x) = x^3 + 2x^2 - x + 4$ を $x - 1$ で割った余りを求めよ。

余り

12

因数定理の確認

$P(x) = x^3 + x^2 - 10x + 8$ が $x - 1$ を因数にもつかどうかを、 $P(1)$ の値を計算して確かめよ。

$P(1) =$

13

組立除法

$P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ を組立除法を用いて $x - 1$ で割り、商と余りを求めよ。(商は $x^2 + cx + d$ の形で表せ)

商の x の係数 $c =$ 商の定数項 $d =$
 余り $=$

14

高次方程式 (モニク・整数解)

$x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$ を解け。(小さい順にコンマ区切りで入力)

解 $x =$

15

高次方程式 (虚数解を含む)

$x^3 - 2x^2 + 4x - 8 = 0$ を解け。実数解のみ入力せよ (虚数解は解説で確認)。

実数解 $x =$

発展 (16~25)

16

除法と相等の融合

複素数 $z = a + bi$ (a, b は実数) が $(2 + i)z = 4 + 7i$ を満たすとき、 a, b の値を求めよ。

$a =$ $b =$

17

共役な虚数解と解と係数の関係の融合

$x^2 - 2x + 10 = 0$ の2つの解を α, β (互いに共役な複素数) とする。 $\alpha + \beta, \alpha\beta, \alpha^2 + \beta^2$ の値を求めよ。

$\alpha + \beta =$ $\alpha\beta =$

$\alpha^2 + \beta^2 =$

18

2次式で割った余り

整式 $P(x)$ を $x - 2$ で割ると余りが5、 $x + 3$ で割ると余りが -15 となる。 $P(x)$ を $(x - 2)(x + 3)$ で割った余りを $ax + b$ の形で求めよ。

$a =$ $b =$

19

因数定理×3次方程式の解と係数の関係

3次方程式 $x^3 + ax^2 - 14x + b = 0$ が $x = 1$ と $x = -2$ を解にもつとき、定数 a, b の値と、残りの解を求めよ。

$a =$ $b =$

残りの解 $x =$

20

共役解×3次方程式の解と係数の関係

3次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + 20 = 0$ (a, b は実数の定数) の解の1つが $2 + i$ であり、他の解の1つが実数であるとき、実数解と a, b の値を求めよ。

実数解 $x =$ $a =$ $b =$

21

 ω の性質×2次式で割った余り

整式 $P(x)$ を $x^2 + x + 1$ で割った余りが $2x + 3$ であるという。 $\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ ($x^3 = 1$ の虚数解の1つ) とするとき、 $P(\omega)$ の値を $a + bi$ の形で表せ。

$a + bi$ の形で $a =$ $b =$

22

文章題×高次方程式

1辺の長さが12cmの正方形の厚紙がある。四隅から1辺 x cmの正方形を切り取り、残りを折り曲げてふたのない直方体の容器を作る ($0 < x < 6$)。容器の容積が 128cm^3 になるときの x の値を求めよ。

$x =$

23

因数定理×虚数解×共役複素数の積

$x^3 - 4x^2 + 9x - 10 = 0$ を解け。実数解と、2つの虚数解の積の値を求めよ。

実数解 $x =$ 虚数解の積

24

複素数の n 乗の周期性 (i の一般化)

$z = 1 + i$ について、 z^4 の値を求めよ。また、それを利用して z^{12} の値を求めよ。

$z^4 =$ $z^{12} =$

25

章の総仕上げ：4次方程式×共役解×2次式の割り算

4次方程式 $x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 2x + 5 = 0$ の解の1つが i であるとき、 i の共役複素数も解であることを利用して、残りの2つの解を求めよ。(コンマ区切りで入力)

残りの解 $x =$

DRILL 記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

複素数を導入することで、実数の範囲では「解なし」としか言えなかった2次方程式が、必ず解をもつようになる。このことを、判別式 D の3つの場合分けに触れながら説明せよ。

記2

3次方程式 $x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$ を解け。この手順が「因数定理でまず1つの解を見つけること」に大きく依存している理由にも触れながら説明せよ。

EXAM
共通テスト形式チャレンジ

大問1 目標時間 8分/配点 20点

花子さんと太郎さんは、2次方程式 $x^2 - 6x + c = 0$ の解が、定数 c の値によってどう変わるかを、先生と一緒に調べている。次の会話を読んで、あとの問いに答えよ。

先生「まずは $c = 13$ のときを考えてみよう。」

- (1) $c = 13$ のとき、 $x^2 - 6x + 13 = 0$ を解け。解は $x = \boxed{\text{ア}} \pm \boxed{\text{イ}}i$ の形になる。

ア イ

- (2) 太郎「解と係数の関係を使えば、実際に解を求めなくても和と積が分かるはずだね。」
先生「そうだね。 $c = 13$ のときの解を α, β として、 $\alpha + \beta$ 、 $\alpha\beta$ 、 $\alpha^2 + \beta^2$ を求めてみよう。」

$\alpha + \beta = \boxed{\text{ウ}}$ 、 $\alpha\beta = \boxed{\text{エオ}}$ 、 $\alpha^2 + \beta^2 = \boxed{\text{カキ}}$ である。

ウ エオ カキ

- (3) 花子「 c の値を変えると、解が実数になったり虚数になったりするんだよね。実数解をもつための c の条件を求めてみよう。」

$x^2 - 6x + c = 0$ が実数解をもつような c の値の範囲は、 $c \leq \boxed{\text{ク}}$ である。

ク

大問2 目標時間 8分/配点 20点

ある工場では、1日に x 個の製品を生産したときの利益（単位：千円）が、整式 $P(x) = x^3 - 9x^2 + 23x - 15$ で表されるという。花子さんと太郎さんは、利益がちょうど0円になる生産数について、先生と一緒に考えている。

花子「まず、 $P(1)$ を計算してみよう。」

- (1) 剰余の定理を用いて、 $P(x)$ を $x - 1$ で割った余りを求めよ。余りは $\boxed{\text{ア}}$ であり、これは $x = 1$ が方程式 $P(x) = 0$ の解であることを意味している。

ア

- (2) 太郎「余りが0ということは、 $x - 1$ が $P(x)$ の因数なんだね。組立除法で商を求めて、残りの解も求めよう。」

組立除法で商を求めると $x^2 + \boxed{\text{イ}}x + \boxed{\text{エオ}}$ となり、 $P(x) = 0$ の解は $x = 1$, $\boxed{\text{カ}}$, $\boxed{\text{キ}}$ ($\boxed{\text{カ}} < \boxed{\text{キ}}$) である。

イ エオ カ キ

- (3) 花子「つまり、生産数が1個、3個、5個のときに利益がちょうど0円になるんだね。3次方程式の解と係数の関係を使うと、3つの解の和と積を、実際に解かなくても求められるはずだよ。」

解と係数の関係を用いると、3つの解の和は $\boxed{\text{ク}}$ 、積は $\boxed{\text{ケコ}}$ である。

ク ケコ